

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ & ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ Ν. ΗΛΙΑΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΙΚΗ – ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΣΕ ΙΝΩΔΗ ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ»

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΦΙΛΙΠΠΙΔΗΣ Π. ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ПАТРА 2005

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	1
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
1.1. Το Πρόβλημα	2
1.2. Είδη Συνδέσεων	2
1.3. Μηχανικές Συνδέσεις Πλακών	3
1.4. Τρόποι Αστοχίας	3
1.5. Διαδικασία Της Πρόβλεψης	4
1.6. Υπολογισμός Τάσεων – Παραμορφώσεων	4
1.7. Πρόβλεψη Αστογίας	6
1.8. Η Παρούσα Εργασία	7
2. ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ	9
2.1. Ελαστικές Σταθερές	9
2.2. Τάσεις Αστογίας	10
2.3. Κριτήρια Αστογίας της Πρώτης Στρώσης	11
Τετρανωνικά Κριτήρια	
Korthoro tov Shokrieh	
Κοιτήσιο του Ρυςκ	13
3 ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	15
3.1 Είδος Στοιχείων (Element Type)	15
$3.2 \Pi\lambda\epsilon\gamma\mu\alpha \text{ (Mesh)}$	19
3.3 Σύγκληση	20
3.4 Συντελεστής Τοιβής	20
3.5 Αυσκαιννία Επαφής (Contact Stiffness)	26
3.6 Παραπροήσεις	30
4 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΝ	31
4.1 Σύγκοιση με De Iong	31
4.1.20 γκριση με αναλυτική λύση των Zhang και Ueng[4.5]	35
4.2. 20 y kptol μ c α α α β α α α β α α β α α β α α β	55 AA
$4.5. \Pi 0 \lambda \alpha \alpha \pi \alpha \dot{\alpha} \sigma \sigma \alpha c$	++
-4.4. Παρατηρησεις 5. ΠΡΩΒΑΕΨΗ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΥΗΣ	05
5.1 Assource	00
5.1. Δευσμενα	00
5.2. Oni_{1}	00
5.5. Λαρακτηριστική Καμπολη	75
5.4. Παρουσα Καμπολη	19
5.5. Пириприота ме сор	03
6.1 Etanlaruác	00
$6.1. E \zeta 0 h \lambda i 0 \mu 0 \zeta \dots$	00
$6.2 \Delta \text{oright}$	0/
0.5. Αποτελεσματα	91
0.4. Παρατηρησεις	98
7.1 Ιδ. (99
7.1. Ιοιοτητές Δτρωσης GKP	99
7.2. Ορισμος Χαρακτηριστικών Αποστάσεων	99
/.3. Προβλεψεις	101
/.4. Παρατηρησεις	106
	10/
Προτασεις για Περαιτερω Διερευνηση του Θεματος	108
ΒΙΒΛΙΟΙ ΡΑΦΙΑ	109

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Το Πρόβλημα

Τα σύγχρονα ινώδη σύνθετα υλικά χρησιμοποιούνται σε κατασκευές υψηλής απόδοσης, όπως αεροσκάφη, διαστημικά οχήματα και πτερύγια ανεμογεννητριών, λόγω των υψηλών τιμών που έχουν οι ειδικές τους ιδιότητες. Η μείωση του κόστους παραγωγής των συνθέτων υλικών τα τελευταία χρόνια έχει οδηγήσει στη χρησιμοποίησή τους και σε λιγότερο εξειδικευμένες κατασκευές, όπως αθλητικά είδη και σκάφη θαλάσσης.

Οι σχεδιαστές κατασκευών από σύνθετα υλικά συνήθως αποφεύγουν τα συνδεόμενα μέλη και προτιμούν τη λύση των ενιαίων κατασκευών λόγω της ελλιπούς γνώσης τους στις συνδέσεις των συνθέτων υλικών. Πολλές φορές όμως επιβάλλεται ή συμφέρει η χρήση πολλών μελών που πρέπει να συνδεθούν. Μέχρι και σήμερα σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των συνδέσμων οι μέθοδοι που υπάρχουν εδώ και χρόνια από τη μελέτη των κλασικών μεταλλικών υλικών.

Τα σύνθετα υλικά όμως έχουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως είναι η ανισοτροπία, η ανομοιογένεια και οι περισσότεροι και πιο περίπλοκοι τρόποι με τους οποίους μπορούν να αστοχήσουν. Συνεπώς, οι παραδοσιακές μέθοδοι οδηγούν σε λανθασμένο προβλεπόμενο φορτίο αστοχίας, μικρότερο ή μεγαλύτερο του πραγματικού. Αν η αντοχή του συνδέσμου υποτιμηθεί, κατασκευάζεται παχύτερο δομικό στοιχείο, άρα ακριβότερο, βαρύτερο και λιγότερο αποδοτικό, ενώ αν υπερτιμηθεί κατασκευάζεται λεπτότερο από όσο πρέπει και επομένως επικίνδυνο να αστοχήσει.

Σύμφωνα με τα παραπάνω και με τη συνεχώς αυξανόμενη χρήση των συνθέτων υλικών, υπάρχει η ανάγκη να ερευνηθεί το αντικείμενο των συνδέσεων στα σύνθετα υλικά και να αναπτυχθούν μέθοδοι θεωρητικής πρόβλεψης της αντοχής των συνδέσμων από σύνθετα υλικά, ικανοποιητικής ακρίβειας.

1.2. Είδη Συνδέσεων

Έχουμε δυο είδη συνδέσεων, τις μηχανικές και τις συνδέσεις συγκόλλησης. Στις πρώτες η σύνδεση γίνεται με ήλους ή κοχλίες, ενώ στις δεύτερες με τη χρήση κόλλας. Η παρούσα εργασία ασχολείται με τις μηχανικές συνδέσεις, που μπορεί να είναι υποδεέστερες αισθητικά, αλλά έχουν το πλεονέκτημα της εύκολης αποσύνδεσης.

1.3. Μηχανικές Συνδέσεις Πλακών

Στις μηχανικές συνδέσεις ο ήλος είναι αυτός που μεταφέρει το φορτίο από το ένα συνδεόμενο μέλος στο άλλο. Με την επιβολή του φορτίου μπορεί να αστοχήσει είτε ο ήλος είτε κάποιο συνδεόμενο μέλος. Στην παρούσα εργασία εξετάζεται μόνο η συμπεριφορά συνδεόμενης πλάκας από σύνθετα υλικά.

Οι μηχανικές συνδέσεις μπορεί να είναι απλής επικάλυψης (single lap ή single shear) ή και διπλής επικάλυψης (double lap ή shear) (Σχ. 1.1). Η συμπεριφορά του ενός τρόπου σύνδεσης μπορεί να διαφέρει σημαντικά από τη συμπεριφορά του άλλου. Μία σύνδεση double shear μπορεί να αναλυθεί ικανοποιητικά με ένα δισδιάστατο μοντέλο βασισμένο σε υποθέσεις επίπεδης εντατικής κατάστασης.



Σχ. 1.1 Τρόποι μηχανικής σύνδεσης πλακών

Η εκκεντρότητα που εμφανίζεται στις single lap συνδέσεις μπορεί να προκαλέσει έντονη κάμψη στις πλάκες και στο σύνδεσμο καθιστώντας επισφαλή τη δισδιάστατη ανάλυση ή την υπόθεση επίπεδης εντατικής κατάστασης.

1.4. Τρόποι Αστοχίας

Οι βασικοί τρόποι με τους οποίους αστοχούν οι μηχανικές συνδέσεις, ανεξάρτητα από το υλικό των συνδεομένων μελών, είναι τρεις (Σχ. 1.2).

- 1. net tension failure mode
- 2. shear out failure mode
- 3. bearing failure mode



Βέβαια, όπως θα δούμε και παρακάτω, ενώ στα μέταλλα ο τρόποι αυτοί είναι διακριτοί, στα σύνθετα υλικά, λόγω της διαφορετικής τους σύστασης και μηχανικής συμπεριφοράς, δεν είναι εύκολο πολλές φορές να διακρίνουμε τον τρόπο με τον οποίο αστοχούν, καθώς δεν δημιουργείται διαχωρισμός του υλικού που αστοχεί, δεν αποσπάται δηλ. κομμάτι όταν αστοχεί.

Σε όλες τις περιπτώσεις η αστοχία αρχίζει από κάποιο-α σημείο-α της οπής.

1.5. Διαδικασία Της Πρόβλεψης

Μια μέθοδος πρόβλεψης της αντοχής μηχανικής σύνδεσης αποτελείται από δυο βασικά βήματα:

- Υπολογισμός των τάσεων παραμορφώσεων που αναπτύσσονται στην πλάκα εξαιτίας της φόρτισης. Αυτός μπορεί να γίνει με δυο μεθόδους, αναλυτική και αριθμητική (όπως η χρήση πεπερασμένων στοιχείων). Οι αναλυτικές μέθοδοι είναι αρκετά πιο σύντομες στην εκτέλεση, όμως θεωρούν άπειρη πλάκα που έχει στο κέντρο της οπή, επομένως δεν λαμβάνουν υπ' όψη τους τις πεπερασμένες διαστάσεις των πραγματικών κατασκευών, που επηρεάζουν σημαντικά την πραγματική εντατική κατάσταση. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται πακέτο πεπερασμένων στοιχείων που έχει τη δυνατότητα να λαμβάνει υπ' όψη και τις διαστάσεις των πλακών.
- 2. Πρόβλεψη του τρόπου και του φορτίου αστοχίας. Εδώ πρέπει να προσδιοριστεί η περιοχή στην οποία θα εφαρμοστεί κάποιο κριτήριο αστοχίας καθώς και να επιλεγεί το κριτήριο αυτό. Δεδομένου ότι δεν έχουμε στη διάθεσή μας κάποια αξιόπιστη μέθοδο που να περιλαμβάνει την προοδευτική υποβάθμιση των ιδιοτήτων των συνθέτων υλικών, καθώς αυτές βρίσκονται σε πρώιμη ερευνητική κατάσταση, τα κριτήρια αστοχίας που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είναι αυτά της αστοχίας της πρώτης στρώσης. Θεωρούμε δηλ. φορτίο αστοχίας το φορτίο, στο οποίο αστοχεί η πρώτη στρώση του συνθέτου υλικού, ενώ σχεδόν πάντα αυτό έχει σημαντική διαφορά από το φορτίο, στο οποίο αστοχεί η πλάκα μακροσκοπικά. Επειδή όμως η εφαρμογή των κριτηρίων αυτών πάνω στην οπή δίνει προβλεπόμενο φορτίο αστοχίας που μποροταση από την οπή, που πρέπει φυσικά να προσδιοριστεί.

1.6. Υπολογισμός Τάσεων – Παραμορφώσεων

Η κατανομή των τάσεων γύρω από οπή που βρίσκεται στο κέντρο άπειρης πλάκας προσδιορίζεται με βάση τη θεωρία δισδιάστατης ανισότροπης ελαστικότητας.

Ο De Jong[6,7] ερεύνησε την κατανομή των τάσεων γύρω από φορτιζόμενη με ήλο οπή σε ελαστική ορθότροπη και ισότροπη πλάκα θεωρώντας αμελητέα την επίδραση της τριβής και απαραμόρφωτο ήλο. Στην ανάλυσή του χρησιμοποίησε τη μέθοδο των μιγαδικών τασικών συναρτήσεων του Lekhnitskii. Αργότερα, επέκτεινε την έρευνά του στην περίπτωση που η διεύθυνση του φορτίου του πείρου είναι τυχαία θεωρώντας και την επίδραση της τριβής. Προέκυψε ότι η τριβή έχει σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα.

Αναλυτικά εργάσθηκαν και οι Zhang και Ueng[4,5], με τις μιγαδικές τασικές συναρτήσεις του Lekhnitskii, λαμβάνοντας υπ' όψη και την τριβή. Θεώρησαν ότι το πρόβλημα της φόρτισης με ήλο πλάκας με οπή μπορεί να λυθεί με την υπέρθεση δυο απλούστερων προβλημάτων, τα οποία και έλυσαν. Το πρώτο είναι φόρτιση με ήλο ημιάπειρης πλάκας, που έχει στο ελεύθερο άκρο της ημικυκλική οπή και το δεύτερο φόρτιση με ορθές δυνάμεις άπειρης πλάκας με κυκλική οπή στο κέντρο της. Οι συνολικές μετατοπίσεις των ορίων της οπής έπρεπε να είναι συμβατές με το κυκλικό σχήμα του ήλου.

Τέλος, ο Φάφαλης[3] υπολόγισε την κατανομή των τάσεων αναλυτικά, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των Zhang και Ueng και την επέκτεινε ώστε να υπολογίσει την κατανομή των τάσεων μακριά απ' την οπή και να δημιουργήσει μια μέθοδο πρόβλεψης της αντοχής του συνδέσμου.

Οι συγκεκριμένες αναλυτικές μέθοδοι παρέχουν αξιοπρεπή αποτελέσματα, όχι όμως αρκετά καλά ώστε να μπορέσουν να χρησιμοποιηθούν σαν εργαλείο σχεδιασμού. Η κύρια αδυναμία τους σχετίζεται με τη θεώρηση άπειρης πλάκας. Θα μπορούσαν όμως αν αναπτυσσόταν μια πρόσθετη μέθοδος διόρθωσης των τάσεων βάσει των διαστάσεων του προς μελέτη συνδέσμου. Μια λιγότερο σημαντική αδυναμία τους είναι η θεώρηση απαραμόρφωτου ήλου.

Αριθμητικές Μέθοδοι

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μας δίνει τη δυνατότητα του σχετικά εύκολου υπολογισμού των τάσεων σε προβλήματα που έχουν περίπλοκη ή δεν έχουν καθόλου αναλυτική λύση. Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωσή μας που, όπως είδαμε, η αναλυτική της λύση έχει κάποιες αδυναμίες.

Για την επίλυση του προβλήματος με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, πρέπει να γίνει αρχικά η επιλογή του είδους τους που θα χρησιμοποιηθεί, δισδιάστατα ή τρισδιάστατα. Η χρήση δισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων δεν επιτρέπει τον υπολογισμό της παραμόρφωσης κατά το πάχος και της διαστρωματικής διάτμησης και δε δίνει τη δυνατότητα συνυπολογισμού της σύσφιξης που προκαλούν κάποια είδη σύνδεσης. Προτιμούνται όμως συνήθως, ειδικά όταν το πάχος της πλάκας είναι μικρό σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις, για λόγους οικονομίας χρόνου. Οι Agarwal[8], Chang, Scott and Springer[9] και Wong and Matthews[10] χρησιμοποίησαν πεπερασμένα στοιχεία δύο διαστάσεων, θεωρώντας ότι δεν υπάρχει τριβή. Συγκεκριμένα, μοντελοποίησαν τη μισή πλάκα (κομμένη ως προς τον άξονα συμμετρίας) με ημικυκλική οπή και προσομοίωσαν τον ήλο με ημιτονοειδή κατανομή φορτίου στην οπή (Σχ. 1.3), που τους επιβεβαίωνε τα δεδομένα που είχαν.



Σχ. 1.3 Συμμετρικό μοντέλο με κατανεμημένο φορτίο

Ωστόσο, υπάρχουν και ερευνητές που προτίμησαν τη χρήση τρισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων, όπως οι Ireman[11] και οι Chen, Lee and Yeh[12], μοντελοποιώντας και τον ήλο.

Τέλος, υπάρχουν και δουλειές που στηρίζονται στην προοδευτική υποβάθμιση των ιδιοτήτων του υλικού, όπως αυτές των Lessard and Shokrieh[13], Icten and Karakuzu[14] και των Τσερπέ, Λαμπέα, Παπανίκου και Κερμανίδη[15].

1.7. Πρόβλεψη Αστοχίας

Εδώ πρέπει να προσδιοριστεί η περιοχή, στην οποία θα εφαρμοστεί το κριτήριο αστοχίας και να επιλεγεί το κριτήριο αυτό.

Ο Agarwal χρησιμοποίησε τρεις χαρακτηριστικές αποστάσεις από την οπή σε διαφορετικές διευθύνσεις, a_{ot}, a_{oc}, a_{os}, όπως φαίνονται στο Σχ. 1.4,



Σχ. 1.4 Χαρακτηριστικές αποστάσεις του Agarwal

μία για κάθε τρόπο αστοχίας, όπου και εφήρμοσε το κριτήριο αστοχίας της μέσης τιμής της τάσης. Οι Chang, Scott and Springer εφήρμοσαν το κριτήριο αστοχίας των Yamada – Sun σε μια συνεχή ημιτονοειδή καμπύλη που δίνει την απόσταση από την οπή σε συνάρτηση με τη γωνία.

Ο Φάφαλης χρησιμοποίησε την καμπύλη των Chang, Scott and Springer καθώς και το ημικύκλιο που απέχει από την οπή όση είναι η μέση τιμή των δύο ακραίων τιμών της πρώτης καμπύλης. Σε αυτές εφήρμοσε τα τετραγωνικά κριτήρια αστοχίας EPFS και Tsai Hahn.

Τέλος, στις μεθόδους προοδευτικής υποβάθμισης των ιδιοτήτων του υλικού δεν χρησιμοποιούνται τέτοια τεχνάσματα – χαρακτηριστικές αποστάσεις και καμπύλες – αλλά θεωρούν αστοχία όταν το υλικό αστοχήσει μέχρι κάποιο άκρο της πλάκας και δεν είναι σε θέση να μεταφέρει το επιβαλλόμενο φορτίο. Οι Icten and Karakuzu χρησιμοποίησαν τα κριτήρια αστοχίας Hashin και Hoffman, οι Lessard and Shokrieh και οι Τσερπές, Λαμπέας, Παπανίκος και Κερμανίδης το κριτήριο αστοχίας του Shokrieh[13].

1.8. Η Παρούσα Εργασία

Η παρούσα εργασία χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των τάσεων. Εκμεταλλεύεται την υψηλή υπολογιστική ισχύ των σύγχρονων Η/Υ με τη χρήση μεγάλου αριθμού πεπερασμένων στοιχείων, που όπως προέκυψε, είναι απαραίτητος για να επιτευχθεί η σύγκληση της λύσης σε πιο ακριβή αποτελέσματα, ενώ οι άλλοι ερευνητές που χρησιμοποίησαν παρόμοια μέθοδο δεν είχαν αυτή τη δυνατότητα. Επίσης, χρησιμοποιείται ειδική κατηγορία πεπερασμένων στοιχείων, τα στοιχεία επαφής, που διαθέτουν τα σύγχρονα πακέτα, για την μοντελοποίηση της σύνδεσης, συνεπώς δεν απαιτείται η θεώρηση κάποιας κατανομής φορτίου προκειμένου να μοντελοποιηθεί η σύνδεση. Στη συνέχεια επιχειρείται η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με τη σύγκρισή τους με τα διαθέσιμα αποτελέσματα των αναλυτικών λύσεων. Επόμενο βήμα είναι η δημιουργία πλήρους μεθόδου υπολογισμού της στατικής αντοχής των συνδέσμων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται αρχικά η χαρακτηριστική καμπύλη των Chang, Scott and Springer, πάνω στην οποία δοκιμάζονται τα τετραγωνικά κριτήρια αστοχίας EPFS και Tsai Hahn καθώς και τα πιο σύγχρονα των Shokrieh και Puck[16, 17, 18]. Επειδή οι προβλέψεις δεν προκύπτουν ικανοποιητικές επιχειρείται ο ορισμός νέας χαρακτηριστικής καμπύλης, ώστε να επιβεβαιώνονται τα πειραματικά αποτελέσματα που υπάρχουν στη δουλειά του Agarwal. Αφού ορίζεται η καμπύλη και επιλέγεται το κριτήριο αστοχίας του Puck από αυτά που αναφέρθηκαν γίνεται σύγκριση της ακρίβειας όλων των μεθόδων.

Τέλος, θεωρήθηκε σκόπιμη η διεξαγωγή πειραμάτων με δοκίμια διαφόρων διαστάσεων και αλληλουχιών στρώσεων από υλικό GRP με οπή, για να φανεί αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της παρούσας εργασίας και σε διαφορετικό υλικό και να δώσει ικανοποιητικές προβλέψεις.

2. ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

Οι ιδιότητες των συνθέτων υλικών διαφέρουν από αυτές των μετάλλων. Εξηγούνται, λοιπόν οι ελαστικές σταθερές της στρώσης από σύνθετα υλικά που απαιτείται να εισαχθούν στο πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων, προκειμένου αυτό να δημιουργήσει το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας των πολύστρωτων διατάξεων και στη συνέχεια να υπολογίσει την εντατική κατάσταση. Επίσης, οι τάσεις αστοχίας που εισάγονται στα κριτήρια αστοχίας, που προβλέπουν το φορτίο αστοχίας της κατασκευής. Τέλος, δίνονται τα κριτήρια αστοχίας της πρώτης στρώσης που χρησιμοποιούνται παρακάτω στην εργασία για τις προβλέψεις.

2.1. Ελαστικές Σταθερές

Το κύριο σύστημα αξόνων της στρώσης συνθέτου υλικού φαίνεται στο Σχ. 2.1.



Σχ. 2.1 Κύριο σύστημα αξόνων της στρώσης συνθέτου υλικού

Οι κύλινδροι του Σχ. 2.1 είναι οι ίνες και φαίνεται η διεύθυνσή τους.

Οι τεχνικές ελαστικές σταθερές των ορθοτρόπων μέσων που χρειάζεται να εισαχθούν στο πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων είναι οι εξής εννέα:

 $E_1,\,E_2,\,E_3,\,G_{12},\,G_{23},\,G_{13},\,v_{12},\,v_{23},\,v_{13}$

Όπου

Ei : μέτρο ελαστικότητος (Young modulus) κατά την i-διεύθυνση vij : λόγος Poisson για εγκάρσια παραμόρφωση στην j-διεύθυνση λόγω μονοαξονικής εφελκυστικής φορτίσεως στην i-διεύθυνση. Δηλαδή, vij = -εj/εi με όλες τις συνιστώσες του τανυστού τάσεως μηδέν εκτός της σi. Gij : μέτρο διατμήσεως στο επίπεδο (i-j).

Η στρώση συνθέτου υλικού θεωρείται εγκαρσίως ισότροπο μέσο, για τη μελέτη του οποίου απαιτούνται μόνο οι πέντε από τις εννέα σταθερές, που είναι οι:

 $E_1,\,E_2,\,G_{12},\,v_{12},\,v_{23}$

Ο λόγος Poisson v₂₃ λαμβάνεται να έχει την τιμή 0.45. Οι υπόλοιπες σταθερές υπολογίζονται ως εξής:

 $E_3=E_2$ $G_{13}=G_{12}$ $v_{13}=v_{12}$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+v_{23})}$$

2.2. Τάσεις Αστοχίας

Οι τάσεις αστοχίας που χρειάζονται όταν γίνεται θεώρηση επίπεδης εντατικής κατάστασης είναι οι εξής πέντε:

Χ : Τάση αστοχίας σε εφελκυσμό στη διεύθυνση 1

Χ' : Τάση αστοχίας σε θλίψη στη διεύθυνση 1

Υ : Τάση αστοχίας σε εφελκυσμό στη διεύθυνση 2

Υ' : Τάση αστοχίας σε θλίψη στη διεύθυνση 2

S : Τάση αστοχίας σε διάτμηση στο επίπεδο 1-2

2.3. Κριτήρια Αστοχίας της Πρώτης Στρώσης

Θεωρούμε ότι το σύνθετο υλικό αστοχεί όταν αστοχήσει η πρώτη του στρώση.

Τετραγωνικά Κριτήρια

Οι τάσεις που αναπτύσσονται στη στρώση συμβολίζονται ως εξής:

σ₁: ορθή τάση στη διεύθυνση 1 σ₂: ορθή τάση στη διεύθυνση 2 σ₆: διατμητική τάση στο επίπεδο 1-2

Σε συνθήκες επίπεδης εντατικής κατάστασης το τετραγωνικό κριτήριο αστοχίας[1, 2] που δίνει τον τόπο αστοχίας της στρώσης γράφεται:

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 - 1 = 0$$
(2.1)

με

$$F_{11} = \frac{1}{XX'}, \ F_{22} = \frac{1}{YY'}, \ F_1 = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, \ F_2 = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}$$
 (2.2)

ενώ για το F₁₂, για το κριτήριο EPFS είναι $F_{12} = -\frac{F_{11}}{2}$ (2.3)

και για το κριτήριο Tsai – Hahn είναι $F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}}$ (2.4)

Ως συντελεστής αντοχής της στρώσεως R ορίζεται ο λόγος της μέγιστης ή επιτρεπόμενης τάσης σ προς την αναπτυσσόμενη σ_i. Ο υπολογισμός του γίνεται από την εξίσωση:

$$(F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\sigma_6^2)R^2 + (F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2)R - 1 = 0$$
(2.5)

όπου σ_i, οι τάσεις που αναπτύσσονται από την επιβολή συγκεκριμένου φορτίου.

Προκύπτει το προβλεπόμενο φορτίο αστοχίας αν το επιβληθέν φορτίο πολλαπλασιαστεί με τον συντελεστή R που υπολογίζεται. Έτσι,

- για R=1 η αναπτυσσόμενη τάση γίνεται ίση με την επιτρεπόμενη και η στρώση αστοχεί.
- για R>1 υπάρχουν ακόμη περιθώρια αύξησης της αναπτυσσόμενης τάσης μέχρι την αστοχία.
- για R<1 η τάση έχει υπερβεί την επιτρεπόμενη.

Ο αντίστροφος του R ονομάζεται δείκτης αντοχής (strength index) k.

$$k = \frac{1}{R} \tag{2.6}$$

Στην παρούσα εργασία υπολογίζεται ο δείκτης αντοχής. Το προβλεπόμενο από το εκάστοτε κριτήριο φορτίο αστοχίας της στρώσης είναι ο λόγος του επιβληθέντος φορτίου προς τον δείκτη αντοχής.

Κριτήριο του Shokrieh

Σε αντίθεση με τα τετραγωνικά κριτήρια αστοχίας, όπου υπολογίζεται ένας δείκτης αντοχής ανά στρώση, το κριτήριο του Shokrieh[13] ορίζει πέντε διαφορετικούς τρόπους αστοχίας της στρώσης και για κάθε έναν από αυτούς ορίζει έναν δείκτη αντοχής. Για την πρόβλεψη χρησιμοποιείται ο μεγαλύτερος από αυτούς, καθώς ο τρόπος που έχει το μεγαλύτερο δείκτη είναι αυτός που θα αστοχήσει με το μικρότερο φορτίο. Οι δείκτες αυτοί έχουν τιμές:

FF(Tension):
$$k_1 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S}\right)^2} \le 1, \sigma_1 > 0$$
(2.7)

FF(Compression):
$$k_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X'}\right)^2} \le 1, \sigma_1 < 0$$
 (2.8)

IFF (Matrix tension):
$$k_3 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S}\right)^2} \le 1, \sigma_2 > 0$$
 (2.9)

IFF (Matrix compression):
$$k_4 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y'}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S}\right)^2} \le 1, \sigma_2 < 0$$
 (2.10)

F-M shearing:

$$k_{5} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{1}}{X'}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{6}}{S}\right)^{2}} \le 1, \sigma_{1} < 0$$
 (2.11)

Κριτήριο του Puck

Το κριτήριο του Puck[16, 17, 18] είναι το πιο σύγχρονο απ' όλα και στηρίζεται σε θεωρία της θραυστομηχανικής. Θεωρείται το καλύτερο στην παρούσα εργασία, καθώς προτείνεται να χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό σύγχρονων κατασκευών υψηλής απόδοσης, όπως είναι τα πτερύγια ανεμογεννητριών, σύμφωνα με τον κανονισμό.

Το κριτήριο του Puck ορίζει και αυτό πέντε δείκτες αντοχής, όπως και του Shokrieh. Και τα δυο κριτήρια ορίζουν δυο δείκτες αντοχής για την αστοχία των ινών (Fibre failure ή FF). Όσον αφορά τους υπόλοιπους, στο κριτήριο του Puck και οι τρεις αφορούν την Inter – Fibre failure (IFF), ενώ σε αυτό του Shokrieh οι δυο αφορούν την Inter – Fibre failure (IFF) και ο τελευταίος την αστοχία F-M shearing. Οι δείκτες αντοχής του κριτηρίου του Puck φαίνονται στο Σχ. 2.2.

to the left-hand side)	Condition for validity	07()	0>('-')	0750	$\frac{1}{10} > \frac{1}{20} > 0$ pure $0 > 1$	$c_2 < 0$ and $0 \le \left \frac{c_2}{c_1}\right \ge \left \frac{c_2}{c_2}\right $		$v_{2k}=S_{2l}\sqrt{1+2\rho_{1L}^{(r)}}$
cares the terms with γ_{21} or σ_{1} , respectively, have to be shifted 5	Failure condition (effort /same, or / sume,)	$\frac{1}{4\pi}\left(a_{1}+\frac{2}{4\pi}a_{1}a_{2}a_{2}\right)=1$	$\frac{1}{4\pi} (\alpha + \frac{1}{4\pi}m_{eff}) = 1 - (10_{20})^{2}$	$\sqrt{\left(\frac{2\pi}{30}\right)^{2} + \left(1 - p_{1}^{(1)}\left(\frac{2\pi}{30}\right)^{2}\left(\frac{2\pi}{30}\right)^{2} + p_{1}^{(1)}\left(\frac{2\pi}{30} + 1 - 1\frac{2\pi}{30}\right)}$	$\frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\tau_{1}^{2}+\left(p_{1,1}^{(\gamma)}\alpha_{1}\right)^{2}}+p_{1,1}^{(\gamma)}\alpha_{2}\right)=1-\left \frac{\alpha}{2\pi}\right $	$\left[\left(\frac{w_{0}}{2^{1}} \frac{w_{0}}{2^{1}} \frac{w_{0}}{2^{2}} \right)^{2} + \left(\frac{w_{0}}{2^{2}} \right)^{2} \right] \frac{1}{(-\frac{w_{0}}{2^{2}})} = 1 - \frac{w_{0}}{2^{2}} $	$p_{1,\parallel}^{(-)} = -\left(\frac{d_{0,\parallel}}{d_{0}}\right)_{n_{0}=0}$ of $(\alpha_{1}, \tau_{2,1})$ curve, $\alpha_{2}\leq 0$	$\rho_{1,1}^{(-)}=\rho_{1,1}^{(-)}\frac{2\pi}{2\pi}$
γ of failure conditions (for the calculate of $f_{\rm corr}$ or f	Failure mode	Tensile	Comparision (Kinking)	Made A, $\theta_{\rm P}=0^+$	$Mode B, d_{\mu}=0^{*}$	Mate C, $\cos \theta_{\rm p} = \sqrt{\frac{k_{\rm s} F_{\rm s}}{1-\kappa_{\rm s}^2}}$	$p_{11}^{(\gamma)} = -\left(\frac{b_{12}}{a_2}\right)_{a=0} dl (p_1, t_{11}) \operatorname{curve}, a_1 \ge 0$	$R_{11}^{A} = \frac{v_0}{2^{(1+p_{11}^{A})}} = \frac{v_0}{2^{A_{11}^{A}}} \left(\sqrt{1+2\rho_{1,1}^{(1+p_{11}^{A})}} - 1\right)$
Table L. Summer	Type of failure	Hibre failure (HF)		Inter-fibre fracture (IFF)			Definitions	Peranteter relationships

. . A. Puck, H. Schürmann

.

3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Για την επίλυση όλων των περιπτώσεων που θα ακολουθήσουν χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό πακέτο πεπερασμένων στοιχείων ANSYS 8.0. Παρατίθενται και εξηγούνται οι παράμετροι που πρέπει επιλεγούν στην μοντελοποίηση μηχανικού συνδέσμου. Αυτές είναι τα είδη των στοιχείων που χρησιμοποιούνται, το πλέγμα στο οποίο διακριτοποιείται το μοντέλο, ο αριθμός των στοιχείων που απαιτείται για τη σύγκληση σε όσο το δυνατό πιο ακριβή αποτελέσματα, ο συντελεστής τριβής και οι παράμετροι που σχετίζονται με τη μοντελοποίηση προβλημάτων επαφής.

3.1. Είδος Στοιχείων (Element Type)

Με δεδομένη την πρόθεση για μοντελοποίηση με δισδιάστατα στοιχεία, παραβλέποντας δηλ. την επίδραση της παραμόρφωσης κατά το πάχος και τη διαστρωματική διάτμηση, οι επιλογές είναι τα στοιχεία επίπεδης εντατικής κατάστασης (plane) και τα στοιχεία κελύφους (shell).

Για τη μοντελοποίηση επαφής απαιτείται η χρήση δυο ειδών ειδικής κατηγορίας πεπερασμένων στοιχείων, στόχου και επαφής με το στόχο. Το ένα είδος τοποθετείται στη μια εκ των δυο επιφανειών που έρχονται ή ενδέχεται να έρθουν σε επαφή και το άλλο στην άλλη. Συνήθως, τοποθετούνται τα στοιχεία επαφής στην επιφάνεια που μας ενδιαφέρει περισσότερο η επίδραση της επαφής, που στην περίπτωσή μας είναι η πλάκα και όχι ο ήλος.

Τα οκτάκομβα στοιχεία επίπεδης εντατικής κατάστασης PLANE82 συνδυάζονται με το ζεύγος στοιχείων επαφής TARGE169 και CONTA172 που είναι πολύ καλής ποιότητας. Τα στοιχεία επίπεδης εντατικής κατάστασης όμως δεν ενδείκνυνται στη μοντελοποίηση συνθέτων υλικών επειδή λόγω της ανισοτροπίας που έχουν στη γενική περίπτωση, δημιουργείται το φαινόμενο της σύζευξης των μη συνεπίπεδων παραμορφώσεων με την επιβολή αποκλειστικά συνεπίπεδων φορτίσεων και το αντίστροφο στις μη συμμετρικές διατάξεις.

Τα οκτάκομβα γραμμικά στοιχεία κελύφους SHELL99 είναι σε θέση να συμπεριλάβουν το φαινόμενο αυτό. Επίσης έχουν το πλεονέκτημα της αυτόματης δημιουργίας του μητρώου δυσκαμψίας του συνθέτου υλικού με την εισαγωγή της αλληλουχίας στρώσεων, κάτι που δε συμβαίνει με τα PLANE82 και πρέπει να υπολογιστεί εξωτερικά και να δοθεί έτοιμο.

Τα SHELL99 όμως δεν συνδυάζονται με τα προαναφερθέντα στοιχεία επαφής, αλλά με άλλα που μοντελοποιούν επαφή κατά την επιφάνειά τους και όχι κατά την ακμή τους όπως θα θέλαμε. Για το λόγο αυτό για τον ήλο χρησιμοποιούνται στοιχεία PLANE82 που δέχονται τα TARGE169 που με τη σειρά τους συνδυάζονται με τα CONTA175. Τα τελευταία μπορούν να τοποθετηθούν στην ακμή των SHELL99 και να προκύψει η επιθυμητή επαφή, είναι όμως κατώτερης ποιότητας από τα CONTA172.

Για να προκύψει το επιθυμητό είδος επαφής που περιγράφει τη μηχανική σύνδεση πρέπει να προσδιοριστούν κάποιες παράμετροι των στοιχείων επαφής:

ΚΕΥΟΡΤ(9)=1 για να εξαλειφθεί η αρχική διείσδυση ΚΕΥΟΡΤ(12)=2 για να αποφευχθεί η διείσδυση κατά την επίλυση

Επίσης, πρέπει να δοθεί τιμή σε μια ιδιότητα των στοιχείων επαφής, τη δυσκαμψία επαφής (contact stiffness), με την οποία θα ασχοληθούμε παρακάτω. Τυπικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων φαίνεται στο Σχ. 3.1.



Σχ. 3.1 Τυπικό μοντέλο συνδέσμου

Το δεξί άκρο της πλάκας είναι πακτωμένο, τα στοιχεία επαφής έχουν τοποθετη- θεί στο αριστερό ημικύκλιο και το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε όλους τους κόμβους του ήλου. Τέλος δεν επιτρέπεται στην οριζόντια διάμετρο του ήλου να μετακινηθεί εγκάρσια στο φορτίο.

Ακολουθεί φωτογραφία που δείχνει το πλέγμα στην περιοχή της οπής (Σχ. 3.2).



Σχ. 3.2 Λεπτομέρεια του μοντέλου, όπου διακρίνονται και τα στοιχεία επαφής.

Το παραμορφωμένο μοντέλο που προκύπτει μετά την επίλυση (Σχ. 3.3).



Σχ. 3.3 Επιλυμένο μοντέλο

Ακολουθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν με τη χρήση των δυο ειδών στοιχείων, plane και shell, με ισότροπο υλικό (Σχ. 3.4 – 3.6). Οι τάσεις είναι αδιαστατοποιημένες και υπολογισμένες σε πολικό σύστημα συντεταγμένων, έχοντας διαιρεθεί με την τάση σ_B που είναι το φορτίο προς την προβολή της επιφάνειας επαφής, που είναι η διάμετρος επί το πάχος.

σ_r : ακτινική ορθή τάση σ_t : εφαπτομενική ορθή τάση σ_{rt} : διατμητική τάση στο επίπεδο r – t

Η γωνία θ είναι η γωνία που σχηματίζει το κάθε σημείο της οπής στο κέντρο της με τον άξονα y και έχει θετική φορά.



Σχ. 3.4 Κατανομή της ακτινικής ορθής τάσης στην οπή



Σχ. 3.5 Κατανομή της εφαπτομενικής ορθής τάσης στην οπή



Σχ. 3.6 Κατανομή της διατμητικής τάσης στην οπή

Δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές στα αποτελέσματα των δυο ειδών στοιχείων, όμως στα shell φαίνεται αρκετά σημαντική αστάθεια στις τάσεις σt και σt, γεγονός που λογικά οφείλεται στα κατώτερης ποιότητας στοιχεία επαφής που χρησιμοποιούνται.

3.2. Πλέγμα (Mesh)

Όπως φαίνεται στις πιο πάνω φωτογραφίες, επιλέχθηκε πλήρως ελεγχόμενη διακριτοποίηση με τη χρήση αποκλειστικά τετράπλευρων στοιχείων που είναι καλύτερα από τα τριγωνικά. Επίσης στην περιοχή κοντά στην οπή το πλέγμα είναι πιο πυκνό αφού, αυτή είναι η περιοχή των μεγαλύτερων τάσεων που μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε και σχηματίζει ομόκεντρους κύκλους ώστε να είναι πολύ εύκολος ο ακριβής προσδιορισμός της θέσης του κάθε κόμβου.

Επειδή ακριβώς στις περιοχές μακριά από την οπή δεν μας ενδιαφέρει η ακριβής κατανομή των τάσεων και για λόγους οικονομίας χρόνου επίλυσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μοντέλο με μικρότερο αριθμό στοιχείων που έχει τη μορφή του Σχ. 3.7.



Σχ. 3.7 Μοντέλο με λιγότερα πεπερασμένα στοιχεία

Για σωστότερη λειτουργία ο λόγος των διαστάσεων των παραλληλογράμμων στοιχείων δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερος του δέκα.

3.3. Σύγκληση

Όταν χρησιμοποιείται μικρός αριθμός στοιχείων τα αποτελέσματα είναι λιγότερο ακριβή. Αυξάνοντας τον αριθμό τους αυξάνεται και η ακρίβεια. Από ένα σημείο και μετά η περαιτέρω αύξηση του δεν δίνει σημαντική διαφορά. Τότε θεωρείται ότι προκύπτει σύγκληση της λύσης σε ακριβή αποτελέσματα και αυτός είναι ο αριθμός των στοιχείων που συνίσταται να χρησιμοποιείται, καθώς αν χρησιμοποιηθούν περισσότερα θα αυξηθεί η χρονική διάρκεια της επίλυσης χωρίς λόγο. Οι φωτογραφίες δείχνουν δυο μοντέλα, ένα με λίγα στοιχεία (Σχ. 3.8) και ένα με πάρα πολλά (Σχ. 3.9).



Σχ. 3.8 Μοντέλο με λίγα στοιχεία



Σχ. 3.9 Λεπτομέρεια μοντέλου με πάρα πολλά στοιχεία

Ακολουθούν τα διαγράμματα των τάσεων στην οπή για διάφορους αριθμούς στοιχείων (Σχ. 3.10 – 3.12). NDIV είναι ο αριθμός των διαστημάτων στον οποίο χωρίζεται τόξο ενενήντα μοιρών της οπής. Για NDIV=64 παρατηρείται ευδιάκριτη διείσδυση του ήλου μέσα στο σώμα της πλάκας, πράγμα ανεπιθύμητο. Για το λόγο αυτό αυξάνουμε τη δυσκαμψία επαφής στη δεκαπλάσια, ώστε να προκύψει παρόμοια συμπεριφορά του μοντέλου με τις υπόλοιπες περιπτώσεις.



Σχ. 3.10 Κατανομή ακτινικών ορθών τάσεων για διάφορα πλέγματα



Σχ. 3.11 Κατανομή εφαπτομενικών ορθών τάσεων για διάφορα πλέγματα



Σχ. 3.12 Κατανομή διατμητικών τάσεων για διάφορα πλέγματα

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα μεταβάλλονται σημαντικά με την αύξηση του αριθμού των στοιχείων. Επίσης, για μικρό αριθμό, δεν παρατηρείται αστάθεια, η οποία αυξάνεται με την αύξηση του αριθμού αυτού.

Κριτήριο για τη σύγκληση επιλέχτηκε η μέγιστη εφαπτομενική τάση. Το διάγραμμα της σύγκλησης είναι (Σχ. 3.13):



Σχ. 3.13 Διάγραμμα σύγκλησης της λύσης

Που δείχνει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η λύση έχει συγκλίνει όταν το ένα τέταρτο της οπής χωριστεί σε 32 τμήματα.

3.4. Συντελεστής Τριβής

Με δεδομένο ότι δε γνωρίζουμε το συντελεστή τριβής μ που αναπτύσσεται μεταξύ των δυο επιφανειών, παρουσιάζονται συγκριτικά διαγράμματα των τάσεων που προκύπτουν για διάφορους συντελεστές (Σχ. 3.14 – 3.16), χρησιμοποιώντας ακόμα και ακραίες τιμές, για να φανεί η επίδρασή του.



Σχ. 3.14 Κατανομή ακτινικών ορθών τάσεων για διάφορους μ





Σχ. 3.15 Κατανομή εφαπτομενικών ορθών τάσεων για διάφορους μ



διατμητική τάση για μηδενικό συντελεστή τριβής προκύπτει σχεδόν μηδενική. Τέλος, η αστάθεια παρουσιάζεται να μεταβάλλεται τυχαία, αλλά είναι πιο έντονη για μικρό συντελεστή τριβής γενικά.

3.5. Δυσκαμψία Επαφής (Contact Stiffness)

Η δυσκαμψία επαφής δεν είναι φυσική ιδιότητα του υλικού. Ωστόσο είναι μια ιδιότητα που απαιτεί το πρόγραμμα για να αντιληφθεί πως συμπεριφέρεται η επιφάνεια επαφής, για παράδειγμα αν διεισδύει το ένα σώμα μέσα στο άλλο. Πρέπει λοιπόν να προσδιοριστεί ο συντελεστής δυσκαμψίας επαφής st για τον οποίο προτείνονται τιμές από 0,01 έως 10. Η αυτόματη επιλογή του προγράμματος είναι 1. Ακολουθούν τα διαγράμματα που δείχνουν τις τάσεις για διάφορα st (Σχ. 3.17 – 3.22).







Σχ. 3.18 Κατανομή ακτινικών ορθών τάσεων για st≥1



Σχ. 3.19 Κατανομή εφαπτομενικών ορθών τάσεων για st≤1



Σχ. 3.20 Κατανομή εφαπτομενικών ορθών τάσεων για st≥1



Σχ. 3.21 Κατανομή διατμητικών τάσεων για st≤1



Σχ. 3.22 Κατανομή διατμητικών τάσεων για st≥1

Δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα παρά μόνο όταν μειωθεί πάρα πολύ, οπότε και υπάρχει μεγάλη διείσδυση. Παρόμοια με πριν παρουσιάζεται η επίδρασή του στη μέγιστη εφαπτομενική τάση (Σχ. 3.23).



Σχ. 3.23 Η μέγιστη εφαπτομενική ορθή τάση για διάφορους st

3.6. Παρατηρήσεις

Τα στοιχεία κελύφους, που ενδείκνυνται για τη μοντελοποίηση συνθέτων υλικών, δεν συνδυάζονται στην περίπτωσή μας με τα καλύτερα στοιχεία επαφής. Έτσι, ενώ δε φαίνονται να έχουν αξιόλογη διαφορά τα αποτελέσματά τους από αυτά των plane, εμφανίζουν μια ενοχλητική αστάθεια, που πρέπει να συγκρατηθεί στη μνήμη στα επόμενα βήματα, καθώς αυτά θα χρησιμοποιηθούν.

Όταν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, πρέπει να γίνεται έλεγχος σύγκλησης ώστε να ληφθούν τα ακριβέστερα αποτελέσματα που μπορεί να δώσει η προσεγγιστική αυτή μέθοδος. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται πάντα ο αριθμός των στοιχείων για τον οποίο δεχτήκαμε ότι η λύση συνέκλινε, δηλ. 32 στο ένα τέταρτο του κύκλου της οπής.

Ο συντελεστής τριβής επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η τιμή μ=0,2 που θεωρήθηκε ρεαλιστική.

Η δυσκαμψία επαφής δεν επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα στην περίπτωσή μας, αφού στο μεγαλύτερο φάσμα των τιμών που δοκιμάστηκαν η μεταβολή είναι μικρότερη από 1%. Επομένως χρησιμοποιείται η τιμή που παίρνει αυτόματα από το πρόγραμμα, άρα ενδείκνυται.

4. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι προσεγγιστική. Παρουσιάζεται πολύ χρήσιμη σε προβλήματα που δεν έχουν αναλυτική λύση ή αυτή είναι δύσκολο να εφαρμοστεί. Επειδή στο πρόβλημα της παρούσας εργασίας υπάρχουν διαθέσιμα αποτελέσματα αναλυτικών λύσεων, κρίθηκε σκόπιμη η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δυο λύσεων. Τα διαθέσιμα αποτελέσματα υπάρχουν στις δουλειές των De Jong και Φάφαλη. Εδώ συγκρίνονται με τις κατανομές των τάσεων της παρούσας εργασίας.

4.1. Σύγκριση με De Jong

Από τη δουλειά του De Jong[6, 7] λαμβάνεται η κατανομή των τάσεων σε κάθε μια από άπειρες οπές σε πολλαπλή μηχανική σύνδεση. Οι οπές είναι διατεταγμένες σε ευθεία γραμμή με το φορτίο κάθετο σε αυτή. Έχουν διάμετρο d και απόσταση μεταξύ των κέντρων s. Στο συγκεκριμένο διάγραμμα φαίνονται οι κατανομές για s/d=4 πλάκας από ψευδο – ισότροπη πολύστρωτη διάταξη από CFRP. Στην παρούσα εργασία κατασκευάστηκε συμμετρικό μοντέλο και χρησιμοποιήθηκε ισότροπο υλικό με τις ιδιότητες της διάταξης (Σχ. 4.2). Επίσης, φαίνεται η γεωμετρία (Σχ. 4.1).





Σχ. 4.2 Συμμετρικό μοντέλο με οπές σε ευθεία διάταξη

Για να έχουν όλες οι οπές την ίδια καταπόνηση, δεν επιτρέπεται στο πάνω και κάτω άκρο της πλάκας και στις οριζόντιες διαμέτρους των ήλων να μετακινηθούν κατά τον άξονα y. Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα είναι στο Σχ. 4.3.



Σχ. 4.3 Σύγκριση των κατανομών όλων των τάσεων με αυτές του De Jong

Ακολουθούν συγκριτικά διαγράμματα κάθε τάσης ξεχωριστά, προβάλλοντας και τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τη χρήση στοιχείων plane (Σχ. 4.4 – 4.6).



Σχ. 4.4 Σύγκριση ακτινικής ορθής τάσης με αυτή του De Jong



Σχ. 4.5 Σύγκριση εφαπτομενικής ορθής τάσης με αυτή του De Jong



Σχ. 4.6 Σύγκριση διατμητικής τάσης με αυτή του De Jong

Αρχικά παρατηρείται ότι το συμμετρικό μοντέλο δεν παρουσιάζει αστάθεια. Τα αποτελέσματα κρίνονται καλά. Σημαντικότερη διαφορά παρατηρείται για γωνία θ<5 μοίρες σε όλες της τάσεις.

4.2. Σύγκριση με αναλυτική λύση των Zhang και Ueng[4,5]

Η αναλυτική δουλειά του Φάφαλη[3] υπολογίζει την κατανομή των τάσεων σε οπή που βρίσκεται στο κέντρο άπειρης πλάκας από σύνθετα υλικά. Στην παρούσα εργασία επιλέχτηκε υλικό T300/N5208 που έχει τις εξής ιδιότητες:

E₁= 181GPa E₂= 10.3 GPa G₁₂= 7.17 GPa v₁₂= 0.28

Επίσης, οι πολύστρωτες διατάξεις που μελετήθηκαν είναι οι εξής τέσσερις:

 $[0_2/\pm 45]_s$ $[\pm 45/90]_s$ $[\pm 45]_s$ $[0/90]_s$

Δεδομένου ότι το μοντέλο έχει πεπερασμένες διαστάσεις, παρουσιάζονται και οι επιδράσεις τους στην κατανομή των τάσεων.



Σχ. 4.7 Διαστάσεις συνδέσμου με μια οπή

Σε όλες τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται το κέντρο της οπής ισαπέχει από το ελεύθερο άκρο και τις δυο πλευρές, δηλ. s=e. Επίσης μ=0.2 και d=6mm και το συνολικό φορτίο P=500N. Η σύγκριση γίνεται στην κατανομή των παραμορφώσεων πάνω στην οπή στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Στα Σχ. 4.8 – 4.10 φαίνονται σε γραφική αναπαράσταση οι κατανομές των παραμορφώσεων σε διάταξη $[0_2/\pm45]_s$ με λόγο e/d=2.


Σχ. 4.8 Κατανομή ορθής παραμόρφωσης $ε_x$ σε διάταξη [0₂/±45]_s με λόγο e/d=2



Σχ. 4.9 Κατανομή ορθής παραμόρφωσης $ε_y$ σε διάταξη [0₂/±45]_s με λόγο e/d=2



Σχ. 4.10 Κατανομή διατμητικής παραμόρφωσης ε_{xy} σε διάταξη $[0_2/\pm 45]_s$ με λόγο e/d=2

Η γραφική αναπαράσταση δε μας δείχνει με ακρίβεια τις κατανομές των παραμορφώσεων, ούτε μπορούν να συγκριθούν τα αποτελέσματα άμεσα με αυτή. Έτσι παρατίθενται τα συγκριτικά διαγράμματα των κατανομών των παραμορφώσεων πάνω στην οπή. Επειδή όλες οι διατάξεις είναι συμμετρικές ισοσταθμισμένες, υπάρχει συμμετρία των αποτελεσμάτων ως προς τον άξονα x, όπως φαίνεται και από τα Σχ. 4.8 – 4.10. Συνεπώς, δείχνονται διαγράμματα των κατανομών της οπής.

Στα Σχ. 4.11 – 4.13 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους e/d, σε διάταξη $[0_2/\pm45]_s$, σε σύγκριση με αυτές της αναλυτικής λύσης.



Σχ. 4.11 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.12 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_y



Σχ. 4.13 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.14 – 4.16 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους e/d, σε διάταξη $[\pm 45/90]_s$, σε σύγκριση με αυτές της αναλυτικής λύσης.



Σχ. 4.14 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.15 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.16 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.17 – 4.19 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους e/d, σε διάταξη $[\pm 45]_s$, σε σύγκριση με αυτές της αναλυτικής λύσης.



Σχ. 4.17 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.18 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.19 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.20 – 4.22 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους e/d, σε διάταξη [0/90]_s, σε σύγκριση με αυτές της αναλυτικής λύσης.



Σχ. 4.20 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.21 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.22 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Η αναλυτική μέθοδος είναι ελκυστική λόγω της ταχύτητας και της απλότητας με την οποία εκτελείται. Συγκρίνοντας τις δυο μεθόδους, αν επιλεχθεί μεμονωμένα κάποια διάσταση στην αριθμητική, θα προκύψει μεγάλη διαφορά στα αποτελέσματα, όχι μόνο στις τιμές για συγκεκριμένη γωνία θ, αλλά και στη γωνία που εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές των παραμορφώσεων. Παρατηρώντας, όμως, τα συγκριτικά διαγράμματα φαίνεται ότι με την αύξηση των διαστάσεων, οι καμπύλες τείνουν να ταυτιστούν με την καμπύλη της αναλυτικής λύσης που αναφέρεται σε άπειρη πλάκα. Συνεπώς, προκύπτει πολύ καλή συμφωνία μεταξύ των δυο μεθόδων.

Μια μελέτη που θα μπορούσε να γίνει ώστε να αξιοποιηθεί καλύτερα η αναλυτική μέθοδος, είναι η διόρθωσή της με τη θεώρηση κάποιων συντελεστών διόρθωσης που να εξαρτώνται από τις διαστάσεις. Με δεδομένη όμως την παρουσία μεγίστων σε διαφορετικές γωνίες θ, οι συντελεστές αυτοί θα έπρεπε να είναι συναρτήσεις της θ, γεγονός που δυσκολεύει το εγχείρημα. Ενδέχεται όμως οι συντελεστές αυτοί να εξαρτώνται και από την αλληλουχία στρώσεων και το υλικό, οπότε δε θα φανούν ιδιαίτερα εύχρηστοι.

4.3. Πολλαπλές Συνδέσεις

Η προηγούμενη επίδραση των διαστάσεων στην κατανομή των παραμορφώσεων επαναλαμβάνεται και στην περίπτωση των απείρων οπών με τη χρήση του συμμετρικού μοντέλου.



Σχ. 4.23 Διαστάσεις πολλαπλού συνδέσμου

Εδώ το e παραμένει σταθερό και εξετάζεται η επίδραση του λόγου s/d στην κατανομή των παραμορφώσεων πάνω στην οπή. Το υλικό και οι διατάξεις που εξετάζονται είναι τα ίδια με αυτά της προηγούμενης περίπτωσης. Επίσης ίδια παραμένουν ο συντελεστής τριβής, η διάμετρος και το φορτίο σε κάθε ήλο.

Στα Σχ. 4.24 – 4.26 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους s/d, σε διάταξη $[0_2/\pm45]_s$.



Σχ. 4.24 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.25 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.26 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.27 – 4.29 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους s/d, σε διάταξη [\pm 45/90]_s.



Σχ. 4.27 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.28 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.29 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.30 – 4.32 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους s/d, σε διάταξη [±45]_s.



Σχ. 4.30 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.31 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.32 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.33 – 4.35 φαίνονται οι κατανομές των παραμορφώσεων στην οπή για διάφορους λόγους s/d, σε διάταξη [0/90]_s.



Σχ. 4.33 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.34 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.35 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Φαίνεται πως μειώνονται οι παραμορφώσεις όταν απομακρύνονται οι οπές. Στο σχεδιασμό συνδέσεων πολλές φορές δεν τοποθετούνται σε ευθεία οι οπές αλλά έχουν τη διάταξη του Σχ. 4.36.



Σχ. 4.36 Διαστάσεις πολλαπλού συνδέσμου

Στη μοντελοποίηση των οπών σε ευθεία γραμμή η επιβολή ίσης μετατόπισης σε όλους τους ήλους, τους δίνει αυτόματα και το ίδιο φορτίο. Σε αυτή την περίπτωση αυτό δεν συμβαίνει. Η μελέτη της κατανομής των παραμορφώσεων έγινε λοιπόν με δυο θεωρήσεις, ίσης μετατόπισης για όλους τους ήλους και ίσου φορτίου σε κάθε ήλο για s/d=4 και s/d=1.5 με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα ίδια με αυτά της προηγούμενης περίπτωσης. Το μοντέλο φαίνεται στο Σχ. 4.37.



Σχ. 4.37 Συμμετρικό μοντέλο πολλαπλής σύνδεσης με τις οπές όχι σε ευθεία διάταξη

Στα Σχ. 4.38 – 4.61 οι καμπύλες που αποκαλούνται «Δx=const» απεικονίζουν την κατανομή των παραμορφώσεων όταν το μοντέλο λύνεται με την επιβολή ίσων μετατοπίσεων για όλους τους ήλους, ενώ αυτές που αποκαλούνται «P=const» όταν επιβάλλεται ίσο συνολικό φορτίο σε όλους τους ήλους.

Στα Σχ. 4.38 – 4.40 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=4, σε διάταξη [0₂/±45]_s.



Σχ. 4.38 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.39 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.40 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.41 – 4.43 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=1.5, σε διάταξη $[0_2/\pm45]_s$.



Σχ. 4.41 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.42 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.43 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.44 – 4.46 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=4, σε διάταξη [±45/90]_s.



Σχ. 4.44 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.45 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.46 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.47 – 4.49 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=1.5, σε διάταξη [±45/90]_s.



Σχ. 4.47 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.48 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.49 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.50 – 4.52 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=4, σε διάταξη [±45]_s.



Σχ. 4.50 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.51 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.52 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.53 – 4.55 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=1.5, σε διάταξη [±45]_s.



Σχ. 4.53 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.54 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.55 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.56 – 4.58 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=4, σε διάταξη [0/90]_s.



Σχ. 4.56 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.57 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.58 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Στα Σχ. 4.59 – 4.61 φαίνονται συγκριτικά οι κατανομές των παραμορφώσεων, για διάταξη οπών σε ευθεία και διάταξη οπών όχι σε ευθεία με την επιβολή ίσης μετατόπισης και ίσου φορτίου, στη μεσαία οπή για λόγο s/d=1.5, σε διάταξη [0/90]_s.



Σχ. 4.59 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_x



Σχ. 4.60 Κατανομή ορθών παραμορφώσεων ε_ν



Σχ. 4.61 Κατανομή διατμητικών παραμορφώσεων ε_{xy}

Φαίνεται σε όλες τις περιπτώσεις οι παραμορφώσεις όταν θεωρείται ίση μετατόπιση για κάθε ήλο είναι μεγαλύτερες από αυτές για ίσο φορτίο, πράγμα αναμενόμενο, αφού στην πρώτη περίπτωση η μεσαία οπή, επειδή βρίσκεται πιο

κοντά στην πάκτωση, αντιμετωπίζει μεγαλύτερη δυσκαμψία και για να μετακινηθεί το ίδιο, σηκώνει μεγαλύτερο φορτίο από τις άλλες δυο.

Σε σύγκριση με τη σύνδεση σε ευθεία, οι μεταβολές είναι μικτές και εξαρτώνται από την αλληλουχία στρώσεων.

4.4. Παρατηρήσεις

Η σύγκριση των μεθόδων υπολογισμού της εντατικής κατάστασης στην οπή δείχνει ότι όλες δίνουν παρεμφερή αποτελέσματα. Επομένως θεωρούμε ότι τα μοντέλα μας λειτουργούν σωστά.

Η σύγκριση με την αναλυτική λύση του Φάφαλη δείχνει την αδυναμία της που σχετίζεται με τις πεπερασμένες διαστάσεις που έχει κάθε πραγματική κατασκευή.

Στις πολλαπλές συνδέσεις η επιλογή της διάταξης των οπών πρέπει να αποφασίζεται βάσει της αλληλουχίας στρώσεων που χρησιμοποιείται. Στην πράξη χρησιμοποιείται λόγος s/d περίπου τρία που, όπως βλέπουμε και στα διαγράμματα (Σχ. 4.24 – 4.35), αν μειωθεί σε s/d<3 οι παραμορφώσεις αυξάνονται σημαντικά, αντίθετα, για s/d>

5. ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ

Η εντατική κατάσταση της πλάκας δε δίνει σημαντικές πληροφορίες που μπορούν να χρησιμεύσουν στο σχεδιασμό. Για το λόγο αυτό πρέπει να ακολουθηθεί μια μέθοδος που να προβλέπει το φορτίο αστοχίας. Επίσης χρειάζονται πειραματικά αποτελέσματα ώστε να επιβεβαιώνονται οι προβλέψεις. Εδώ γίνεται προσπάθεια για τη δημιουργία μεθόδου που να προβλέπει την αντοχή μηχανικής σύνδεσης σε σύνθετα υλικά σε στατικά φορτία. Τα διαθέσιμα πειραματικά αποτελέσματα της μεθόδου με τα πειραματικά καθώς και με τις προβλέψεις των υπολοίπων ερευνητών[3, 8, 9].

5.1. Δεδομένα

Τα πειράματα[8] έγιναν με υλικό T300/SP286 graphite/epoxy, η στρώση του οποίου έχει τις εξής ιδιότητες:

E ₁ = 131GPa	X = 1231.4MPa
E ₂ = 8.274GPa	X'= 1083.4MPa
G ₁₂ = 5.033GPa	Y = 50.14MPa
v ₁₂ = 0.3	Y'= 193.6MPa
	S= 85MPa

Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι η τάση αστοχίας σε διάτμηση S στη δουλειά του Agarwal[8] δίνεται 50MPa. Οι Chang, Scott and Springer[9] αναφέρουν ότι επειδή αυτή η τιμή δεν τους δίνει καλά αποτελέσματα σε όλες τις πολύστρωτες διατάξεις, χρησιμοποιούν άλλοτε αυτή και άλλοτε την τιμή 125MPa. Στην παρούσα εργασία, λαμβάνοντας υπ' όψη τη δυσκολία πειραματικού προσδιορισμού της τιμής αυτής και το ότι από τότε που έγινε αυτή η δημοσίευση ακολουθούνται πιο καλές πειραματικές μέθοδοι υπολογισμού της τιμής αυτής, επιλέχθηκε αυθαίρετα η τιμή 85MPa να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις γιατί θεωρήθηκε ρεαλιστική.

Όσον αφορά τις διαστάσεις, η διάμετρος της οπής είναι σε όλες τις περιπτώσεις d=4.76mm. Οι υπόλοιπες διαστάσεις, οι πολύστρωτες διατάξεις και τα πειραματικά αποτελέσματα για τα φορτία και τον τρόπο αστοχίας φαίνονται στον πίνακα 5.1.



Σχ. 5.1 Διαστάσεις δοκιμίων

d= 4.76mm							
Περίπτωση	e (mm)	s (mm)	διάταξη	Συνολικό	Φορτίο	Τρόπος	
	- ()	- ()		πάχος h (mm)	αστοχίας (Ν)	αστοχίας	
1	14.2	12.7	[0/±45/90] _s	1.067	4982	NT	
2	19.1	19.1	[0/±45/90] _s	1.067	5137	В	
3	14.2	19.1	[0/±45/90] _s	1.067	4804	SO/B	
4	9.7	19.1	[0/±45/90] _s	1.067	4226	SO	
5	9.7	12.7	[0/±45/90] _{2s}	2.235	8562	NT/SO	
6	14.2	12.7	[0/±45/90/±45]s	1.676	7517	NT	
7	14.2	12.7	[0 ₂ /±45/90] _s	1.397	6094	SO	
8	14.2	12.7	[±45] _{2s}	1.118	3914	NT	
9	14.2	12.7	[0/90] _{2s}	1.118	3002	SO	
10	14.2	12.7	[0 ₂ /±45] _s	1.067	4363	B/SO	

Πιν. 5.1 Πειραματικά δεδομένα: διαστάσεις και αποτελέσματα

Τα φορτία αστοχίας είναι ο μέσος όρος των τιμών που προέκυψαν για κάθε περίπτωση.

Για να προβλεφθεί το φορτίο και ο τρόπος αστοχίας της σύνδεσης εφαρμόζονται τα κριτήρια αστοχίας της πρώτης στρώσης. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται τα τετραγωνικά κριτήρια EPFS και Tsai – Hahn[1, 2], καθώς και τα πιο σύγχρονα των Shokrieh[13] και Puck[16, 17, 18]. Η περιοχή των πλακών όπου παρουσιάζονται οι μέγιστες τιμές των τάσεων είναι πάνω στην οπή. Έτσι, εκεί εφαρμόζονται αρχικά τα κριτήρια για να διαπιστωθεί τι προβλέψεις δίνουν.

Σχετικά με το φορτίο αστοχίας, υπολογίζεται βάσει τις μέγιστης τιμής του δείκτη αντοχής του κάθε κριτηρίου αστοχίας από αυτές που υπολογίζονται σε κάθε σημείο της οπής. Αυτές οι τιμές είναι επίσης οι μέγιστες από αυτές που προκύπτουν σε κάθε στρώση.

Για τον τρόπο αστοχίας, έχει γίνει η εξής θεώρηση. Ο τρόπος αστοχίας που δεχόμαστε προκύπτει από τη θέση, δηλ. τη γωνία θ₀ στην οποία υπολογίζεται η μέγιστη τιμή του δείκτη αντοχής. Η γωνία θ αυτή τη φορά έχει τιμή μηδέν στο άξονα x. Ο τρόπος αστοχίας που δεχόμαστε προκύπτει ως εξής:

Av $0 \le \theta_0 \le 15$: Bearing	(5.1)
15 < $θ_0$ < 75 : Shear Out	(5.2)
$75 \le \theta_0 \le 90$: Net Tension	(5.3)

Στα διαγράμματα που ακολουθούν (Σχ. 5.5 – 5.14) φαίνονται η μέγιστες τιμές των δεικτών αντοχής σε κάθε γωνία θ πάνω στην οπή που υπολογίζονται για όλα τα κριτήρια. Επίσης, φαίνεται η στάθμη του δείκτη αντοχής που δίνει το πειραματικό φορτίο αστοχίας προκειμένου να φανεί η ακρίβεια της πρόβλεψης.

Επειδή όλες οι πολύστρωτες διατάξεις είναι συμμετρικές ισοσταθμισμένες, έχουν δηλ. ίσο αριθμό στρώσεων +θ και –θ στρώσεων για κάθε θ, όπως συνέβη και σε όλες τις περιπτώσεις του προηγουμένου κεφαλαίου, αρκεί ο έλεγχος στο μισο ημικύκλιο λόγω συμμετρίας.

Κάθε σημείο των καμπυλών απεικονίζει τον μέγιστο δείκτη αντοχής από αυτούς όλων των στρώσεων στη συγκεκριμένη γωνία. Αυτό σημαίνει ότι το επόμενο σημείο μπορεί να απεικονίζει δείκτη αντοχής που προέρχεται από διαφορετική στρώση από αυτή του προηγουμένου. Ιδιαίτερα στα κριτήρια των Shokrieh και Puck, που ορίζουν περισσότερους από έναν δείκτες αντοχής σε κάθε στρώση, το επόμενο σημείο μπορεί να απεικονίζει και διαφορετικό δείκτη αντοχής και δείκτη διαφορετικής στρώσης.

Για να γίνει αντιληπτό τι ακριβώς απεικονίζουν τα διαγράμματα των προβλέψεων, εξηγείται πως θα ήταν η τέλεια πρόβλεψη. Τέλεια πρόβλεψη για κάθε τρόπο αστοχίας θα υπήρχε αν η μέγιστη τιμή της καμπύλης των μεγίστων δεικτών αντοχής κάποιου κριτηρίου ήταν η τιμή του δείκτη που αντιστοιχεί στο πειραματικό φορτίο αστοχίας. Επίσης, η μέγιστη τιμή της καμπύλης θα έπρεπε να βρίσκεται μέσα στα όρια των αντίστοιχων γωνιών για κάθε τρόπο αστοχίας (5.1, 5.2, 5.3). Στα Σχ. 5.2 – 5.4 φαίνονται οι τέλειες προβλέψεις για τους τρεις τρόπους αστοχίας.









Σχ. 5.5 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 1



Σχ. 5.6 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 2



Σχ. 5.7 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 3



Σχ. 5.8 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 4





Σχ. 5.10 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 6


Σχ. 5.11 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 7



Σχ. 5.12 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 8



Σχ. 5.13 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 9



Σχ. 5.14 Εφαρμογή των κριτηρίων στην οπή, στην περίπτωση 10

Παρατηρείται τεράστια διαφορά μεταξύ της πρόβλεψης και του πειραματικού φορτίου αστοχίας. Στα πειραματικά αποτελέσματα το φορτίο αστοχίας φτάνει να είναι ακόμα και πενταπλάσιο από αυτό της πρόβλεψης. Ο τρόπος αστοχίας που προβλέπουν τα τετραγωνικά κριτήρια διαφέρει από αυτόν των άλλων δυο και δεν έχει σχέση με τον πειραματικό στις περισσότερες περιπτώσεις. Τέλος, τα κριτήρια αστοχίας του Shokrieh και του Puck εμφανίζονται αρκετά πιο συντηρητικά, δίνουν δηλ. μικρότερα φορτία αστοχίας από τα τετραγωνικά.

Επειδή οι προβλέψεις από την εφαρμογή των κριτηρίων πάνω στην οπή δεν είναι καλές, θα εφαρμοστούν σε περιοχή μακριά από αυτή.

5.3. Χαρακτηριστική Καμπύλη

Η αστοχία της πρώτης στρώσης μιας πολύστρωτης διάταξης δε συνεπάγεται μακροσκοπική αστοχία της κατασκευής στις περισσότερες περιπτώσεις. Στην περίπτωση της σύνδεσης η πρώτη στρώση πάνω στην οπή αστοχεί με μικρό σχετικά φορτίο, συνεπώς εκεί αλλάζουν οι ιδιότητες του υλικού. Για να προκύψει ακριβέστερη πρόβλεψη της αντοχής της σύνδεσης με τη χρήση των κριτηρίων αστοχίας της πρώτης στρώσης, εφαρμόζονται σε περιοχή που το υλικό δεν έχει αστοχήσει και θεωρείται μακροσκοπική αστοχία όταν σε αυτή την περιοχή αστοχήσει η πρώτη στρώση.

Οι Chang, Scott and Springer[9] δέχονται ότι η περιοχή αυτή είναι μια ημιτονοειδής καμπύλη και την αναφέρουν ως χαρακτηριστική καμπύλη (Σχ 5.15). Η σχέση που εκφράζει την καμπύλη και δίνει την απόσταση των σημείων της από την οπή είναι:

 $r_{c} = R_{ot} + (R_{oc} - R_{ot}) \cos\theta, \quad -\pi/2 \le \theta \le \pi/2$ (5.4)

73

όπου R_{oc} , R_{ot} τα αναφέρουν ως ιδιότητες του υλικού και τα προσδιόρισαν πειραματικά να έχουν τις τιμές:

R_{ot} = 1.092mm R_{oc}= 3.048mm

Και τους έδωσε καλές προβλέψεις χρησιμοποιώντας το κριτήριο των Yamada – Sun.



Σχ. 5.15 Χαρακτηριστική καμπύλη

Στην παρούσα εργασία εφαρμόζονται τα κριτήρια που είδαμε και στην οπή, στη χαρακτηριστική καμπύλη (Σχ. 5.16 – 5.25).



Σχ. 5.16 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 1



Σχ. 5.17 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 2



Σχ. 5.18 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 3



Σχ. 5.19 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 4



Σχ. 5.20 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 5



Σχ. 5.21 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 6



Σχ. 5.22 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 7



Σχ. 5.23 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 8



Σχ. 5.24 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 9



Σχ. 5.25 Εφαρμογή των κριτηρίων στη χαρακτηριστική καμπύλη, στην περίπτωση 10

Τα τετραγωνικά κριτήρια στη χαρακτηριστική καμπύλη μπορεί να θεωρηθεί ότι δίνουν αξιοπρεπείς προβλέψεις για το φορτίο αστοχίας, όμως δεν δίνουν σωστά τον τρόπο αστοχίας. Τα άλλα δυο κριτήρια είναι σε όλες τις περιπτώσεις αρκετά συντηρητικά, προβλέπουν δηλ. αρκετά μικρότερο φορτίο αστοχίας από το πειραματικό και επίσης δεν προβλέπουν σωστά τον τρόπο αστοχίας.

Εδώ πρέπει να παρατηρηθεί ότι στη δουλειά των Chang, Scott and Springer τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά, τόσο στο φορτίο αστοχίας με σφάλμα που δεν ξεπερνά το 15% (έχοντας όμως παραλείψει να δώσουν τα αποτελέσματα της περίπτωσης 6), όσο και στον τρόπο αστοχίας που τον προβλέπουν σωστά σε όλες τις περιπτώσεις.

Οι διαφορές των δυο μεθόδων πρόβλεψης, των Chang, Scott and Springer και της παρούσας, είναι στη μοντελοποίηση και στην επιλογή του κριτηρίου αστοχίας. Οι Chang, Scott and Springer ασκούν κατανεμημένη δύναμη πάνω στην οπή προκειμένου να μοντελοποιήσουν τη σύνδεση, χρησιμοποιούν πολύ μικρότερο αριθμό πεπερασμένων στοιχείων και εφαρμόζουν το κριτήριο των Yamada – Sun. Στην παρούσα εργασία το φορτίο ασκείται στον ήλο και μεταφέρεται στην οπή μέσω των στοιχείων επαφής, χρησιμοποιείται μεγάλος αριθμός στοιχείων για να επιτευχθεί σύγκληση και εφαρμόζονται τα πιο σύγχρονα κριτήρια αστοχίας με διαφορετική τιμή της τάσης αστοχίας σε διάτμηση S.

Όλες αυτές οι διαφορές προκαλούν και τη διαφορά στην ποιότητα των προβλέψεων των δυο μεθόδων, με αυτές της παρούσας εργασίας να είναι πολύ χειρότερες.

Για αυτό το λόγο κρίθηκε σκόπιμη η αναζήτηση νέας καμπύλης που να δίνει καλά αποτελέσματα.

5.4. Παρούσα Καμπύλη

Δουλεύοντας δοκιμαστικά και προσπαθώντας να ικανοποιηθούν όλα τα πειραματικά αποτελέσματα, βρέθηκε ότι καλά αποτελέσματα δίνει η εφαρμογή των κριτηρίων του Shokrieh και του Puck σε καμπύλη της μορφής:

 $r_{c(\theta)} = a_1 \sin^m \theta + a_2 \sin \theta + a_3, \quad -\pi/2 \le \theta \le \pi/2$ (5.5)

m=3

Αν R_{oc}, R_{os}, R_{ot} είναι οι χαρακτηριστικές αποστάσεις για κάθε τρόπο αστοχίας, B, SO, NT αντίστοιχα, η καμπύλη πρέπει να διέρχεται από τα σημεία

(0, R_{oc}), (33.75, R_{os}) και (90, R_{ot})

και βρέθηκαν να είναι:

 R_{oc} = 2.5mm R_{os} = 4.35mm R_{ot} = 1.5mm

οπότε λύνοντας το σύστημα προκύπτουν οι συντελεστές a_i. Ακολουθεί συγκριτικό διάγραμμα που δείχνει τις δυο καμπύλες (Σχ. 5.26).



Σχ. 5.26 Η παρούσα καμπύλη σε σύγκριση με τη χαρακτηριστική[9]

Όπως διαπιστώνουμε η καμπύλη της παρούσας εργασίας βρίσκεται στο μεγαλύτερο μέρος της πολύ πιο μακριά από τη χαρακτηριστική και, αντίθετα με τη χαρακτηριστική, δεν είναι γνησίως μονότονη. Ακολουθούν τα αποτελέσματα (Σχ. 5.27 – 5.36).



Σχ. 5.27 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 1



Σχ. 5.28 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 2



Σχ. 5.29 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 3



Σχ. 5.32 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 6

Σχ. 5.31 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 5



Σχ. 5.30 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 4





Σχ. 5.33 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 7



Σχ. 5.34 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 8



Σχ. 5.35 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 9



Σχ. 5.36 Εφαρμογή των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη, στην περίπτωση 10

Ακολουθεί συγκριτικός πίνακας (Πιν. 5.2) με τους τρόπους αστοχίας και τα σφάλματα στα φορτία αστοχίας σε σχέση με τα πειραματικά που δίνουν οι προβλέψεις των τεσσάρων κριτηρίων αστοχίας στην παρούσα καμπύλη.

	Πειραματικά	EPFS	TH	Shokrieh	Puck
Case 1	NT	NT	NT	NT	NT
	4982N	21.76%	20.49%	-3,75%	-3,83%
Case 2	В	NT	NT	В	В
	5137N	41.37%	40.16%	-0,45%	-0,76%
Case 3	SO/B	NT	NT	SO	SO
	4804N	38.57%	37.30%	4,98%	3,94%
Case 4	SO	NT	NT	SO	SO
	4226N	35.94%	34.78%	-0,19%	-0,08%
Case 5	NT/SO	NT	NT	NT	NT
	8562N	33.89%	33.16%	3,47%	3,30%
Case 6	NT	NT	NT	NT	NT
	7517N	7.22%	6.20%	-15,18%	-15,23%
Case 7	SO	NT	NT	SO	SO
	6094N	73.63%	72.40%	-2,05%	-2,03%

Case 8	NT	NT	NT	NT	NT
	3914N	41.75%	44.76%	1,64%	-1.87%
Case 9	SO	NT	NT	SO	SO
	3002N	178.31%	179.65%	-1,00%	1,90%
Case 10	B/SO	В	В	В	В
	4363N	5.48%	1.51%	-4,63%	-4,63%

Πιν. 5.2 Προβλεπόμενοι τρόποι αστοχίας και σφάλματα της εφαρμογής όλων των κριτηρίων στην παρούσα καμπύλη σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα

Επίσης παρατίθενται τα αποτελέσματα των προβλέψεων των υπολοίπων ερευνητών στον Πιν. 5.3.

	Πειραματικά[8]	Agarwal[8]	Chang, Scott, Springer[9]	Φάφαλης[3]
Case 1	NT	NT	NT	B/SO
	4982N	1.1%	8.66%	0.6%
Case 2	В	В	В	B/SO
	5137N	1.3%	11.18%	3.6%
Case 3	SO/B	SO	SO	B/SO
	4804N	8.7%	3.7%	3.1%
Case 4	SO	SO	SO	B/SO
	4226N	0%	0.01%	17.2%
Case 5	NT/SO	NT	NT	B/SO
	8562N	7.8%	1.81%	21.2%
Case 6	NT	NT		В
	7517N	13.8%		16.6%
Case 7	SO	SO	SO	SO
	6094N	0%	0.01%	4.7%

Case 8	NT	NT	NT	В
	3914N	49.4%	11.1%	51.8%
Case 9	SO	SO	SO	SO
	3002N	42.5%	12.3%	28.6%
Case 10	B/SO	SO	SO	В
	4363N	20.3%	7.64%	8.9%

Πιν. 5.3 Προβλεπόμενοι τρόποι αστοχίας και σφάλματα των μεθόδων των υπολοίπων ερευνητών[3, 8, 9] σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα

Φαίνεται ότι ενώ στις δουλειές των Agarwal[8] και Φάφαλη[3] το σφάλμα φτάνει ακόμα και 50%, σε αυτή των Chang, Scott and Springer[9] δεν ξεπερνά το 15%, δεν παραθέτουν όμως πρόβλεψη για την περίπτωση 6, που στην παρούσα εργασία έχει το μεγαλύτερο σφάλμα. Επίσης στις δουλειές του Agarwal και των Chang, Scott and Springer προβλέπεται σωστά ο τρόπος αστοχίας, όπως και στην παρούσα.

Το σφάλμα στην παρούσα εργασία δεν ξεπερνά το 5% αν εξαιρεθεί η περίπτωση 6.

5.5. Παρατηρήσεις

Η εφαρμογή των κριτηρίων αστοχίας της πρώτης στρώσης πάνω στην οπή, όπου αναπτύσσονται οι μεγαλύτερες τάσεις προβλέπουν πολύ μικρότερο φορτίο αστοχίας από το πειραματικό.

Η χαρακτηριστική καμπύλη, που χρησιμοποιείται στην δουλειά των Chang, Scott and Springer[9] δίνει καλά αποτελέσματα στη μέθοδο τους, όχι όμως και στην παρούσα, γεγονός που οφείλεται στις διαφορές των δυο μεθόδων.

Η ΝΕΑ χαρακτηριστική καμπύλη που εισάγεται στην παρούσα εργασία έδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα από όλες τις μεθόδους. Βέβαια για τον προσδιορισμό της χρειάστηκε να δουλέψουμε δοκιμαστικά, οπότε δεν έχει κάποιο φυσικό νόημα, όπως θα ήταν θεμιτό, αλλά είναι προϊόν της προσπάθειας να συμφωνήσει η πρόβλεψη με τα πειράματα.

Η μέχρι εδώ αξιολόγηση των προβλέψεων στηρίχτηκε σε πειραματικά δεδομένα που προήλθαν υπό άγνωστες σε εμάς συνθήκες πριν πολλά χρόνια. Επίσης αφορούν συγκεκριμένο υλικό και μοναδική διάμετρο οπής. Για αυτούς τους λόγους κρίθηκε σκόπιμη η διεξαγωγή δικών μας πειραμάτων με διαφορετικό υλικό, που είναι glass/polyester, διατηρήθηκε όμως η επιλογή μοναδικής διαμέτρου. Εδώ γίνεται περιγραφή των πειραμάτων, του εξοπλισμού, των δοκιμίων και παρατίθενται τα αποτελέσματα για το φορτίο και τον τρόπο αστοχίας.

6.1. Εξοπλισμός

Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν τρεις πλάκες από χυτοσίδηρο και δυο κοχλίες Μ 5 κατηγορίας 8.8 με στέλεχος, που δεν έχουν δηλ. σπείρωμα σε όλο τους το μήκος. Το μέρος του κοχλία που μετέφερε το φορτίο δεν είχε σπείρωμα προκειμένου να αποφευχθεί η βλάβη που θα δημιουργούσε το σπείρωμα στο σύνθετο υλικό. Οι πλάκες από χυτοσίδηρο είχαν όλες πάχος h=3mm και πλάτος w=25mm και όλες τους οι οπές έχουν διάμετρο d=5mm. Η μία φαίνεται στο Σχ. 6.1.



Οι άλλες δυο είναι ίδιες και φαίνονται στο Σχ. 6.2.



Τα παραπάνω συνδέονται με τον εξής τρόπο με το δοκίμιο (Σχ. 6.3):





Και τοποθετούνται έτσι στη μηχανή που επιλέγουμε να τα εφελκύει με ταχύτητα 1mm/min.

6.2. Δοκίμια

Όλα τα δοκίμια κόπηκαν από δυο πλάκες GRP που έχουν διατάξεις:

1: [0₈/90₈/±45₆]_s 2: [0₁₇/±45₆]_s Τους δόθηκε ονομασία με πέντε ψηφία ΧΥΥΖΖ ως εξής:

Χ: πλάκα από την οποία προήλθαν, 1 ή 2

ΥΥ: αριθμός τύπου δοκιμίων, που δηλώνει την αλληλουχία στρώσεων και τις διαστάσεις σύμφωνα με τον πίνακα 6.1

ZZ: αύξων αριθμός ίδιων δοκιμίων

Τα ίδια δοκίμια ανήκουν στην ίδια σειρά δοκιμίων που είναι η ΧΥΥ.





Ονομαστικές τιμές

Σειρά Δοκιμίων	Διάταξη	e (mm)	s ₁ -s ₂ (mm)	h (mm)
- •	51			
101	$[0_8/90_8/\pm 45_6]_s$	15	10	2.8
102	$[0_8/90_8/\pm45_6]_s$	20	15	2.8
103	$[0_8/90_8/\pm45_6]_s$	10	15	2.8
107	$[0_8/90_8/\pm45_6]_s$	15	5	2.8
108	[±45 ₈ /0 ₆ /90 ₆] _s	15	10	2.8
201	[0 ₁₇ /±45 ₆] _s	15	10	2.894
202	[30 ₁₇ /75 ₆ /-15 ₆] _s	15	10	2.894
203	$[60_{17}/\mp 15_6]_s$	15	10	2.894
204	$[90_{17}/\mp 45_6]_s$	15	10	2.894

Πιν. 6.1 Αλληλουχίες στρώσεων και διαστάσεις δοκιμίων (ονομαστικά)

Διάμετρος οπής d=5mm Πάχος στρώσης h₀=50μm h: συνολικό πάχος δοκιμίου

Μετρήσεις	e(mm)	s ₁ -s ₂ (mm)	w(mm)	h(mm) (οπή)
10101	16.50	10.00-10.50	20.29	2.82 (2.81)
10102	16.00	10.00-10.40	20.25	2.85 (2.76)
10103	16.00	10 10-10 10	20.21	2.82 (2.87)
10104	15 10	9 80-10 65	20.37	2.81 (2.73)
10201	20.00	14 00-15 10	29.09	3 01 (3 09)
10202	20.05	14 65-15 40	29.89	3 07 (3 04)
10203	21.00	14 50-15 50	29.71	2.97 (3.02)
10301	10.40	14 75-15 05	29.60	2.88 (2.88)
10303	10.10	14 60-15 20	29.77	2.84 (2.81)
10304**	9 70	14 40-15 10	29.43	2.81 (2.87)
10701	14 90	4 95-5 35	10.10	2.93 (3.04)
10702	16.50	5 10-5 10	10.10	2.89 (2.93)
10703	12.85	4 85-5 20	10.00	2.96 (2.91)
10801	15 40	10.05-10.50	20.45	2.87 (2.91)
10802	15 40	10 50-10 85	21.25	2.92 (2.95)
10803	15.10	10.35-10.75	20.80	2.82 (2.94)

Οι μετρήσεις όμως που έγιναν έδωσαν τις εξής διαστάσεις (Πιν. 6.2 – 6.3):

Πιν. 6.2 Μετρήσεις των δοκιμίων που προήλθαν από την πλάκα 1

Μετρήσεις	e(mm)	$s_1-s_2(mm)$	w(mm)	h(mm)
				(οπή)
20101*				
	15.15	10.00-10.20	20.05	3.29 (3.32)

20102				
	15.30	10.25-10.25	20.30	3.06 (3.13)
20103				
	15.00	9.75-10.20	19.60	3.16 (3.26)
20201				
	15.00	10.45-10.45	20.75	3.35 (3.35)
20202				
	15.10	10.65-10.90	21.25	3.10 (3.06)
20203				
	14.65	10.30-11.05	21.20	3.50 (3.53)
20301				
	14.75	10.10-10.40	20.40	3.22 (3.31)
20302				
	15.00	10.05-10.15	20.15	3.27 (3.35)
20303				
	14.95	10.00-10.00	20.00	3.28 (3.45)
20401				
	14.85	10.30-10.65	20.75	3.54 (3.61)
20402				
	14.80	10.50-10.50	20.70	3.32 (3.42)
20403				
	15.05	10.60-10.80	21.20	3.23 (3.47)

Πιν. 6.3 Μετρήσεις των δοκιμίων που προήλθαν από την πλάκα 2

* Καμπύλες ίνες

** Αποκόλληση στρώσης

w: Συνολικό πλάτος δοκιμίου στην περιοχή της οπής (s₁+s₂)
h: Πάχος δοκιμίου. Η τιμή της παρένθεσης αναφέρεται στην περιοχή της οπής, ενώ η άλλη μακριά από αυτή

Από τις μετρήσεις που έγιναν φαίνεται ότι οι διαστάσεις των δοκιμίων δεν είχαν μεγάλη ακρίβεια σε σχέση με αυτές που έπρεπε να είχαν ονομαστικά.

Η μέθοδος παραγωγής των πλακών δεν ήταν η καλύτερη δυνατή με συνέπεια σε κάποιες περιοχές τους οι ίνες να έχουν οφθαλμοφανή καμπυλότητα.

Σε κάποιο δοκίμιο, που έχει σημειωθεί, κατά την τοποθέτηση του κοχλία αποκολλήθηκε τοπικά η πρώτη στρώση.

6.3. Αποτελέσματα

Στα πλαίσια της εργασίας πραγματοποιήθηκαν συνολικά 32 πειράματα, χρησιμοποιήθηκαν δηλ. 32 δοκίμια. Από αυτά, τα τέσσερα διεξήχθησαν δοκιμαστικά για να διαπιστωθεί αν λειτουργεί σωστά η πειραματική διάταξη και να σχηματιστεί μια αρχική εντύπωση για τη διαδικασία και δεν παρατίθενται τα αποτελέσματά τους στην εργασία. Από τα υπόλοιπα 28 δοκίμια, τα τέσσερα ήταν της σειράς 101, ενώ από τις υπόλοιπες σειρές χρησιμοποιήθηκαν τρία δοκίμια από κάθε σειρά.

Στα Σχ. 6.5 – 6.13 φαίνονται τα διαγράμματα φορτίου – μετατόπισης για κάθε σειρά δοκιμίων.



Σχ. 6.5 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 101



Σχ. 6.6 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 102



Σχ. 6.7 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 103



Σχ. 6.8 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 107



Σχ. 6.9 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 108



Σχ. 6.10 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 201



Σχ. 6.11 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 202



Σχ. 6.12 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 203



Σχ. 6.13 Πειράματα δοκιμίων της σειράς 204

Στα Σχ. 6.14 – 6.16 φαίνονται φωτογραφίες των δοκιμίων που χρησιμοποιήθηκαν, ένα από κάθε σειρά και αναγράφεται ο εκάστοτε τρόπος αστοχίας που δεχτήκαμε.



Σχ. 6.15 Από αριστερά προς τα δεξιά, δοκίμια των σειρών 107(ΝΤ), 108(Β) και 201(SO)



Σχ. 6.16 Από αριστερά προς τα δεξιά, δοκίμια των σειρών 202(SO), 203(SO) και 204(NT)

Το δείγμα των τριών δοκιμίων ανά είδος είναι πολύ μικρό για να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα, ωστόσο αρκεί για να πάρουμε κάποια ιδέα του φορτίου αστοχίας. Επίσης, όπως είδαμε, οι αλληλουχίες στρώσεων και οι διαστάσεις δεν ήταν πολύ ακριβείς. Για τους λόγους αυτούς δε δεχόμαστε τους μέσους όρους των φορτίων αστοχίας από τα τρία πειράματα αλλά επιλέγουμε τα δυο κατά την κρίση μας καλύτερα.

Όσον αφορά τον τρόπο αστοχίας, δε μπορεί να βγει ασφαλές συμπέρασμα σε όλες τις περιπτώσεις. Και αυτό γιατί δε δημιουργούνται ρωγμές σε όλο το πάχος, αλλά το δοκίμιο παραμορφώνεται τοπικά μπροστά από την οπή, όπως βλέπουμε στις φωτογραφίες (Σχ. 6.14 – 6.16). Εξαίρεση αποτελούν τα δοκίμια της σειράς 107 που, λόγω του πολύ μικρού τους πλάτους, κόβονται σε διεύθυνση κάθετη στο φορτίο, ο τρόπος αστοχίας τους δηλ. είναι net tension.

Ακολουθεί ο πίνακας 6.4 που δείχνει τα αποτελέσματα που δεχόμαστε για το φορτίο και τον τρόπο αστοχίας.

Σειρά		
Δοκιμίων	Φορτίο αστοχίας (N)	Τρόπος αστοχίας
101	2750	SO
102	2950	SO
103	2200	SO
107	1900	NT
108	3330	В
201	3050	SO
202	3100	SO
• • • •	• • • • •	
203	2800	SO
204	2400	NT

Πιν. 6.4 Συγκεντρωτικά πειραματικά αποτελέσματα για το φορτίο και τον τρόπο αστοχίας

Πρέπει να αναφερθεί ότι στην περίπτωση της σειράς 204 τα διαγράμματα είναι έντονα μη γραμμικά ή η ευθεία αλλάζει κλίση από ένα σημείο και μετά. Επειδή θεωρήθηκε ότι η αστοχία μπορεί να συμβαίνει σε εκείνο το σημείο, το φορτίο αστοχίας που δεχτήκαμε βρίσκεται περίπου στη μέση ανάμεσα στο μέγιστο και σε αυτό που σηκώνει το δοκίμιο όταν αλλάζει η κλίση.

6.4. Παρατηρήσεις

Ο τρόπος αστοχίας δεν φαίνεται καθαρά με το μάτι, συνεπώς παρατίθενται εκτιμήσεις για αυτόν. Αυτό προκάλεσε και προβληματισμό σχετικά με τον τρόπο αστοχίας που αναφέρεται στα πειραματικά δεδομένα του Agarwal.

Λόγω του μικρού δείγματος και της όχι μεγάλης ακριβείας σε αλληλουχίες στρώσεων και διαστάσεις, το φορτίο αστοχίας επίσης εκτιμήθηκε, ωστόσο θεωρούμε ότι δεν απέχει πολύ η εκτίμηση από την πραγματικότητα.

7. ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΓΙΑ GRP

Με τη βοήθεια των πειραματικών δεδομένων που υπάρχουν στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα οριστούν οι χαρακτηριστικές αποστάσεις R_{oc}, R_{os}, R_{ot} ώστε να δημιουργηθεί η καμπύλη του νέου υλικού. Σε αυτή θα εφαρμοστεί το κριτήριο αστοχίας του Puck[16, 17, 18] και θα αξιολογηθούν οι προβλέψεις που θα προκύψουν.

7.1. Ιδιότητες Στρώσης GRP

Οι ιδιότητες της στρώσης είναι

E₁= 26.007GPa	X = 479.279MPa
E ₂ = 8.200GPa	X'= 343.031MPa
G ₁₂ = 1.656GPa	Y = 41.60MPa
v ₁₂ = 0.305	Y'= 171.138MPa
	S= 17.339MPa

7.2. Ορισμός Χαρακτηριστικών Αποστάσεων

R_{oc} είναι η χαρακτηριστική απόσταση του τρόπου αστοχίας bearing και λαμβάνεται σε γωνία θ=0. Έτσι θα οριστεί με την εφαρμογή του κριτηρίου του Puck ακτινικά σε αυτή τη γωνία για να προκύψει η απόσταση από την οπή στην οποία υπολογίζεται το πειραματικό φορτίο αστοχίας στη σειρά δοκιμίων 108. Το συνολικό

φορτίο στον ήλο κατά την επίλυση στα πεπερασμένα στοιχεία ήταν σε όλες τις περιπτώσεις P=2kN. Από το διάγραμμα (Σχ. 7.1)



Σχ. 7.1 Προσδιορισμός χαρακτηριστικής απόστασης R_{oc} από τη σειρά 108, που αφορά την αστοχία bearing

φαίνεται ότι R_{oc}= 1.15mm.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία σε θ=90 μοίρες στη σειρά 204 προκύπτει η απόσταση Rot του τρόπου net tension (Σχ. 7.2).



Σχ. 7.2 Προσδιορισμός χαρακτηριστικής απόστασης R_{ot} από τη σειρά 204, που αφορά την αστοχία net tension

Φαίνεται ότι R_{ot}= 3.00mm.

Για την τελευταία απόσταση του shear out R_{os}, θα ληφθεί στη γωνία που παρατηρείται ο μέγιστος δείκτης αντοχής όταν η απόσταση από την οπή μένει σταθερή, πάνω δηλ. σε κάποιο κύκλο. Η γωνία αυτή βρέθηκε σε κάποια απόσταση να είναι θ= 36.5625 μοίρες. Δουλεύοντας δοκιμαστικά ορίστηκε R_{os}= 4.70mm.

Όσον αφορά τον εκθέτη m της σχέσης 5.5, διαπιστώθηκε ότι η καμπύλη που προκύπτει για m=3 έπρεπε να πλησιάσει λίγο την οπή για γωνίες μεγαλύτερες των

40 μοιρών και να απομακρυνθεί για μικρότερες, προκειμένου να δώσουν καλύτερες συνολικά προβλέψεις για τα δοκίμια που προήλθαν και από τις δυο πλάκες. Ο μοναδικός τρόπος που το κάνει αυτό είναι να μειωθεί ο εκθέτης m. Βλέπουμε τις καμπύλες που προκύπτουν για διάφορους m (Σχ. 7.3).



Σχ. 7.3 Καμπύλες που προκύπτουν από τη σχέση 5.5 για διάφορους εκθέτες m

Με τη μείωση του m κάτω από 1.1 δεν είχαμε περαιτέρω βελτίωση συνολικά των αποτελεσμάτων, έτσι επιλέχτηκε m= 1.1.

7.3. Προβλέψεις

Ακολουθούν τα διαγράμματα των προβλέψεων με το κριτήριο του Puck[16, 17, 18] στην ορισμένη πια καμπύλη όπου φαίνεται και η πειραματική τιμή, σε κάθε σειρά δοκιμίων (Σχ. 7.4 – 7.11). Αυτή τη φορά επειδή υπάρχουν και μη ισοσταθμισμένες πολύστρωτες διατάξεις, που είναι οι σειρές 202 και 203, δηλ. δεν υπάρχει συμμετρία σε όλες τις περιπτώσεις, ο έλεγχος γίνεται σε ολόκληρο το ημικύκλιο. Οι τρόποι αστοχίας αυτή τη φορά προκύπτουν ως εξής:

Av $-15 \le \theta_0 \le 15$: Bearing -75 < θ_0 < -15 \uparrow 15 < θ_0 < 75: Shear Out -90 $\le \theta_0 \le -75 \uparrow$ 75 $\le \theta_0 \le 90$: Net Tension

Δε μπορούμε να κάνουμε πρόβλεψη για τη σειρά 107 επειδή, λόγω του πολύ μικρού της πλάτους, η καμπύλη βγαίνει έξω από την πλάκα, όπου προφανώς δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο.









Σχ. 7.7 Πρόβλεψη με το κριτήριο του Puck στη σειρά 108



Σχ. 7.8 Πρόβλεψη με το κριτήριο του Puck στη σειρά 201



Σχ. 7.9 Πρόβλεψη με το κριτήριο του Puck στη σειρά 202



Σχ. 7.11 Πρόβλεψη με το κριτήριο του Puck στη σειρά 204

Ο πίνακας 7.1 δίνει τα πειραματικά δεδομένα και τις προβλέψεις. Φαίνονται οι προβλεπόμενοι τρόποι αστοχίας και το σφάλμα του προβλεπόμενου φορτίου αστοχίας σε σχέση με το πειραματικό.

Σειρά Δοκιμίων	Πειραματικά	Προβλέψεις
•	SO	SO
101	2750N	4.38%
	SO	SO
102	2950N	5.38%
	SO	SO
103	2200N	-0.28%
	В	В
108	3330N	0.49%
	SO	SO
201	3050N	-6.68%
	SO	SO
202	3100N	-14.32%
	SO	SO
203	2800N	-16.73%
	NT	NT
204	2400N	0.02%

Πιν. 7.1 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των προβλέψεων για τον τρόπο αστοχίας και το σφάλμα στο φορτίο αστοχίας σε όλες τις σειρές σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα

Βλέπουμε ότι προβλέπονται σωστά οι τρόποι αστοχίας, ενώ το μέγιστο σφάλμα, όπως και στο προηγούμενο υλικό ξεπερνά για λίγο το 15%.

7.4. Παρατηρήσεις

Ο προσδιορισμός των δυο χαρακτηριστικών αποστάσεων για bearing και net tension είναι απλός, αν είναι ξεκάθαρος ο πειραματικός τρόπος αστοχίας. Στην περίπτωσή μας υπάρχουν αμφιβολίες που αφορούν το αν έχουν εκτιμηθεί σωστά οι τρόποι αστοχίας. Η τρίτη χαρακτηριστική απόσταση για shear out προσδιορίζεται δοκιμαστικά ούτως ώστε να προκύψουν συνολικά καλύτερες προβλέψεις.

Τα ίδια ισχύουν και για τον εκθέτη m.

Θεωρούμε ότι οι προβλέψεις είναι καλές, αφού και ο τρόπος αστοχίας όλων των περιπτώσεων προβλέπεται σωστά και το σφάλμα του προβλεπόμενου φορτίου αστοχίας είναι σε όλες τις περιπτώσεις μικρότερο από 20%.

Τέλος, ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι στις περιπτώσεις που έχουμε μεγαλύτερο σφάλμα, όταν δηλ. αυτό ξεπερνά το 10%, η πρόβλεψη εμφανίζεται σε όλες τις περιπτώσεις και στα δυο υλικά συντηρητική. Αυτό σημαίνει ότι σε όλες τις περιπτώσεις των μεγάλων σφαλμάτων το υλικό αντέχει φορτίο μεγαλύτερο από το προβλεπόμενο, οπότε ο σχεδιασμός με τη μέθοδο είναι ασφαλής.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων απλοποιεί αρκετά τον υπολογισμό της εντατικής κατάστασης σε κατασκευές. Για ακριβέστερα αποτελέσματα, όμως, οφείλουμε να εξασφαλίσουμε τον απαραίτητο αριθμό στοιχείων ώστε να έχουμε σύγκληση της λύσης. Στη μοντελοποίηση συνδέσμου και γενικότερα σε προβλήματα επαφής πρέπει κατά τη μοντελοποίηση να δοθεί περισσότερη προσοχή ούτως ώστε να δημιουργηθεί μοντέλο που να αναπαριστά με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το φυσικό φαινόμενο που θέλουμε να μελετήσουμε. Στο πλαίσιο αυτό πρέπει να επιλεγούν τιμές για κάποιες ιδιότητες φυσικές ή μη που χρησιμοποιούνται από τη μέθοδο, όπως ο συντελεστής τριβής και η δυσκαμψία επαφής, όταν λύνει το πρόβλημα.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων επίσης δίνει τη δυνατότητα του υπολογισμού της εντατικής κατάστασης σε οποιαδήποτε κατασκευή ανεξάρτητα από τις διαστάσεις της και δίνει πληροφορίες για το πώς αυτές επιδρούν στα αποτελέσματα. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων της με αυτά της αναλυτικής λύσης αφενός δείχνει την ορθότητά τους και αφετέρου αναδεικνύει την αδυναμία της αναλυτικής λύσης να δώσει καλά αποτελέσματα σε πλάκα πεπερασμένων διαστάσεων, δηλ. σε πραγματική κατασκευή.

Η εφαρμογή των κριτηρίων αστοχίας της πρώτης στρώσης σε συγκεκριμένη περιοχή, μακριά από την οπή όπου αναπτύσσονται οι μέγιστες τάσεις, μπορεί να δώσει καλές προβλέψεις. Η χαρακτηριστική καμπύλη λειτούργησε καλά υπό ορισμένες συνθήκες μοντελοποίησης συνδέσμου, ενώ απέτυχε στην παρούσα πιο σύγχρονη μοντελοποίηση, γεγονός που ενισχύει την άποψη ότι δεν έχει κάποιο φυσικό νόημα αλλά είναι προϊόν προσπάθειας βελτίωσης της πρόβλεψης ώστε να συμφωνήσει με τα πειραματικά δεδομένα. Με την ίδια λογική στην παρούσα εργασία ορίστηκε νέα καμπύλη που δίνει ακόμα καλύτερες προβλέψεις.

Το δείγμα των δοκιμίων που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα είναι μικρό, για να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα. Επίσης η ποιότητα των δοκιμίων δεν ήταν πολύ καλή. Έτσι, τα πειραματικά αποτελέσματα περισσότερο εκτιμήθηκαν παρά υπολογίστηκαν με ακριβή τρόπο. Ιδιαίτερα δε για τους τρόπους αστοχίας που δεχτήκαμε ως πειραματικά δεδομένα υπάρχει επιφύλαξη καθώς δεν ήταν εμφανείς.

Για την δημιουργία της καμπύλης της μεθόδου απαιτούνται τουλάχιστον τρία είδη δοκιμίων, ένα για κάθε τρόπο αστοχίας. Οι δυο χαρακτηριστικές αποστάσεις υπολογίζονται σχετικά απλά, ενώ για την τρίτη και τον εκθέτη επιλέγονται δοκιμαστικά. Από τις προβλέψεις της παρούσας εργασίας που είχαμε, οι χειρότερες ήταν αυτές που αφορούσαν τα δικά μας πειράματα, καθώς έχουν κατά μέσο όρο μεγαλύτερο σφάλμα. Ωστόσο μπορούν να θεωρηθούν καλές, καθώς το μέγιστο σφάλμα βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο και για τα δυο υλικά και είναι μικρότερο από 20%. Επίσης όταν παρουσιάζεται μεγάλο σφάλμα πάνω από 10%, η πρόβλεψη είναι συντηρητική. Τέλος, ο τρόπος αστοχίας που δεχτήκαμε ως πειραματικά δεδομένα προβλέπεται πάντα σωστά.
- Και στα δυο υλικά η πρόβλεψη έγινε για μοναδική διάμετρο οπής. Θα μπορούσε να διερευνηθεί η επίδραση του μεγέθους τις οπής στις χαρακτηριστικές αποστάσεις, επομένως στη θέση της καμπύλης. Θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι οι χαρακτηριστικές αποστάσεις είναι ανάλογες της διαμέτρου της οπής, ωστόσο δεν μπορούμε ακόμα να επιβεβαιώσουμε την υπόθεση αυτή.
- 2. Σε όλες της περιπτώσεις είχαμε προβλέψεις για σύνδεση με ένα μόνο ήλο. Θα μπορούσε να διερευνηθεί αν οι καμπύλες μας, αυτούσιες ή με κάποιες αλλαγές μπορούν να δώσουν καλές προβλέψεις σε πολλαπλές συνδέσεις, δηλ. σε συνδέσεις με περισσότερους από έναν ήλους, σε σειρά ή όχι.
- 3. Θα μπορούσε να παρακαμφθεί η χρονοβόρα μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των τάσεων αν φτιαχνόταν μια μέθοδος διόρθωσης των τάσεων που υπολογίζει η αναλυτική μέθοδος του Φάφαλη. Σύμφωνα δηλ. με τις διαστάσεις της πλάκας, να διορθώνονται οι τάσεις που υπολογίζονται για άπειρη πλάκα, ώστε να προσεγγίσουν τις τάσεις που αναπτύσσονται σε πλάκα των συγκεκριμένων διαστάσεων.
- 4. Ελάχιστες μηχανολογικές κατασκευές καταπονούνται με σταθερό φορτίο. Στη συντριπτική τους πλειοψηφία καταπονούνται από μεταβαλλόμενα φορτία. Συνεπώς είναι επιτακτική η ανάγκη της μελέτης της αντοχής σε κόπωση του συνδέσμου. Για το λόγο που περιγράφεται στην εργασία θα μπορούσε η μελέτη να γίνει πάνω στην καμπύλη της παρούσας εργασίας για να φανεί αν μπορεί να δώσει καλές προβλέψεις και σε κόπωση ή να βρεθεί κάποια άλλη μέθοδος.
- 5. Το πρόβλημα μπορεί να διερευνηθεί με τη χρήση αξιόπιστης μεθόδου που να συμπεριλαμβάνει την προοδευτική υποβάθμιση των ιδιοτήτων του υλικού, όταν δημιουργηθεί τέτοια.

- Θ. Π. Φιλιππίδης, Μηχανική Συνθέτων Υλικών, σημειώσεις μαθήματος στο τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2002.
- Θ. Π. Φιλιππίδης, Σχεδιασμός με Σύνθετα Υλικά, σημειώσεις μαθήματος στο τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2003.
- 3. Δ. Α. Φάφαλης, Σχεδιασμός Μηχανικών Συνδέσεων Ινωδών Συνθέτων Υλικών, Διπλωματική Εργασία στο τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα 2003.
- 4. Zhang, K. -D. and Ueng C. E. S. Stresses around a pin loaded hole in orthotropic plates, J. Comp. Mat., 18 (1984) 432 46.
- Zhang, K. -D. and Ueng C. E. S. Stresses around a pin loaded hole in orthotropic plates with atbitrary loading direction, Composite Structures, 3 (1985) 119 – 143.
- 6. Theo De Jong, Stresses around pin loaded holes in elastically orthotropic or isotropic plates, J. Composite Materials, 11 (July 1977) 313 331.
- Theo De Jong, Stresses in pinloaded anisotropic plates, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Kluyverweg 1, 2629 HS Delft, The Netherlands.
- 8. B. L. Agarwal, Static strength prediction of bolted joint in composite material, AIAA, vol. 18 No. 11, November 1980.
- Fu Kuo Chang, R. A. Scott and G. S. Springer, Strength of mechanically fastened composite joints, J. Composite Materials, 16 (November 1982) 470 – 494.
- Wong, C. M. S. and Matthews F. L., A finite element analysis of single and two – hole bolted joints in fibre reinforced plastic, J. Composite Materials, vol. 15, (September 1981) 481 – 491.
- 11.T. Ireman, Three dimensional stress analysis of bolted single lap composite joints, Composite Structures 43 (1998) 195 216.
- Wen Hwa Chen, Shyh Shiaw Lee & Jyi Tyan Yeh, Three dimensional contact stress analysis of a composite laminate with bolted joint, Composite Structures 30 (1995) 287 – 297.
- 13.L. B. Lessard & M. M. Shokrieh, Two dimensional modelling of composite pinned joint failure, J. Comp. Mat. 29 (1991) 671 697.
- 14.B. M. Icten & R. Karakuzu, Progressive failure analysis of pin loaded carbon – epoxy woven composite plates, Composites Science and Technology 62 (2002) 1259 – 1271.
- K. I. Tserpes, G. Labeas, P. Papanikos, Th. Kermanidis, Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates, Composites: Part B 33 (2002) 521 - 529.
- 16.A. Puck & H. Schurmann, Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models, Composite Science and Technology 58 (1998) 1045 – 1067.
- 17.A. Puck, J. Kopp & M. Knops, Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion, Composite Science and Technology 62 (2002) 371 378.

 A. Puck, J. Kopp & M. Knops, Errata to "Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion" [Composite Science and Technology 62 (2002) 371 – 378], Composite Science and Technology 62 (2002) 1275.